

---

---

# ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

---

УДК 519.81

## ВЕРОЯТНОСТНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ПРОЦЕДУР ПОСТРОЕНИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

Ю. В. Бугаев, М. С. Миронова, Б. Е. Никитин

*Воронежский государственный университет инженерных технологий*

Поступила в редакцию 01.03.2011 г.

**Аннотация.** Предлагается вероятностный метод анализа некоторых процедур построения экспертных оценок, исходя из предполагаемых истинных полезностей альтернатив. По данному методу производится сравнение четырех процедур при экспертном ранжировании на порядковой и более сильной шкалах.

**Ключевые слова:** альтернатива, экспертная оценка, метод максимального правдоподобия, метод экстраполяции экспертных оценок, порядковая шкала.

**Annotation.** It is suggested the probabilistic approach of some procedure development analysis of expert estimation on the base of the certain alternative utility. According to this method it is considered four procedures comparison by ordinal and more intensive scales expert ranking.

**Key words:** alternative, expert estimation, maximum-likelihood method, expert estimations extrapolation method, ordinal scale.

### ВВЕДЕНИЕ

Методы экспертных оценок (ЭО) – это способы организации работы со специалистами-экспертами и обработки их мнений, выраженных в количественной и/или качественной форме с целью подготовки информации для ЛПР. При анализе мнений экспертов применяются разнообразные статистические методы, одной из важнейших целей которых является преобразование несовпадающих мнений отдельных членов экспертной группы в некий единый коллективный выбор. Подобных процедур в настоящее время существует достаточно много [1], и представляется весьма важной разработка способов их сравнительного анализа. В данной работе предлагается сравнение четырех известных процедур построения коллективных экспертных оценок по их вероятностным характеристикам в предположении, что истинные значения полезностей альтернатив известны.

### МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Будем рассматривать процедуры, которые по результатам группового экспертного ранжирования на порядковой шкале некоторой обучающей выборки  $X$  строят оценки полезности каждой альтернативы выборки. От каждого

эксперта требуется, чтобы он все альтернативы выборки упорядочил в соответствии со своими предпочтениями. Если число альтернатив равно  $m$  ( $A_1, A_2, \dots, A_m$ ), то возможно  $m!$  их различных упорядочений. Предположим, что нам известны истинные значения полезностей альтернатив, а соответственно и правильное упорядочение, которое должно быть в коллективном выборе. Если количество экспертов равно  $n$ , то число возможных вариантов распределений голосов между каждым из  $m!$  упорядочений равно числу  $n$ -сочетаний с повторениями из  $m! + n - 1$  предметов

$$v = C_{m!+n-1}^n = \frac{(m! + n - 1)!}{n!(m! - 1)}.$$

Тогда вероятность каждого распределения голосов  $(k_1, k_2, \dots, k_m)$ , где  $k_t$  – количество экспертов, выбравших вариант упорядочения с номером  $t$  ( $t = 1, m!$ ), можно определить, воспользовавшись формулой полиномиального распределения:

$$P_z(k_1, k_2, \dots, k_m) = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_m!} P_1^{k_1} P_2^{k_2} \dots P_m^{k_m}, \quad (1)$$
$$z = \overline{1, v},$$

где  $P_t$  – вероятность  $t$ -го варианта упорядочения,  $t = 1, m!$ . Исходя из этого распределения, можно вычислить необходимые характеристики выходных параметров анализируемой процедуры.

© Бугаев Ю. В., Миронова М. С., Никитин Б. Е., 2011

Чтобы воспользоваться формулой (1), необходимо уметь вычислять значения  $P_r$ . Введем систему случайных величин  $\xi_i$  ( $i = 1, m$ ), являющихся экспертными оценками полезностей альтернатив. Следуя известной модели Терстоуна-Мостеллера [2], будем считать их нормально распределенными, а также независимыми в силу независимости экспертов и имеющими одинаковые дисперсии  $\sigma^2$  в силу одинаковой компетентности экспертов. Без ограничения общности можно положить  $\sigma = 1$ . Математические ожидания  $\xi_i$  будем считать равными истинным полезностям альтернатив  $w_i$ . Тогда совместная плотность распределения случайных величин  $\xi_i$  равна

$$f(y, w) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (y - w)^T (y - w) \right].$$

Введем матрицу, состоящую из  $m$  столбцов и  $m - 1$  строк:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Тогда упорядочению  $A_1 \succ A_2 \succ \dots \succ A_m$  можно поставить в соответствие систему неравенств  $\xi_1 \geq \xi_2 \geq \dots \geq \xi_m$  или  $C\xi \geq 0$ . Прочим вариантам упорядочения соответствуют неравенства с матрицами  $C^{(t)}$ , полученными из  $C$  соответствующей перестановкой столбцов. Отсюда вероятность упорядочения  $t$  можно определить как

$$P_t = \int_{C^{(t)}y \geq 0} f(y, w) dy. \quad (2)$$

Сделаем замену переменных, введя многомерную случайную величину  $\eta = C^{(t)} \cdot (\xi - w)$ . Для нее  $M[\eta] = 0$ ,  $D[\eta] = C^{(t)} (C^{(t)})^T$ . Тогда формула (2) примет вид:

$$P_t = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{m-1} \det(CC^T)}} \cdot \int_{-\infty}^{a_1} dx_1 \int_{-\infty}^{a_2} dx_2 \dots \int_{-\infty}^{a_{m-1}} dx_{m-1} \exp \left[ -\frac{1}{2} x^T (CC^T)^{-1} x \right], \quad (3)$$

где у матрицы  $C^{(t)}$  для читабельности формулы опущен верхний индекс, а вектор математических ожиданий  $a = C^{(t)}w$ . Полученный интеграл легко можно вычислить, воспользовавшись прямой степенью квадратурной формулы Гаусса.

Произведя соответствующие вычисления по формуле (1), авторы исследовали четыре процедуры получения экспертных оценок:

- 1) процедура Борда [3];
- 2) процедура Терстоуна-Мостеллера [2];
- 3) метод экстраполяции экспертных оценок (МЭЭО) [4];
- 4) модифицированный МЭЭО [5].

При проведении экспертизы результат на выходе может меняться в зависимости от соотношения истинных полезностей анализируемых альтернатив, а также от величины ошибки экспертного ранжирования. В силу того, что величина  $C_{m!+n-1}$  чрезвычайно быстро растет с возрастанием  $m$ , было решено ограничиться случаем трех альтернатив ( $m = 3$ ) с известными полезностями  $w = (w_1, w_2, w_3)^T$ ,  $w_1 > w_2 > w_3 = 0$ . Варьированию подвергались значения  $w_1$  и  $w_2$ , а также величина  $\lambda = \frac{w_2}{w_1}$ . Поскольку значение

$\sigma = 1$  было зафиксировано, то изменение значений  $w_1$  и  $w_2$  при фиксированном  $\lambda$  позволяет имитировать различные значения погрешности экспертного оценивания. Предполагается, что абсолютные значения полезностей  $A_1$  и  $A_2$  не меняются, а варьируются относительные значения  $w_1$  и  $w_2$ , выраженные волях среднеквадратичного отклонения экспертных оценок. Их возрастание или убывание можно интерпретировать как уменьшение или увеличение погрешности экспертного оценивания при постоянном абсолютном значении максимальной полезности  $w_1$ . Тогда параметр

$$s^2 = \frac{1}{w_1^2} \quad (4)$$

следует рассматривать как величину дисперсии экспертного оценивания.

Оценка процедур проводилась по следующим параметрам:

- 1) величина смещения математического ожидания оценки полезности средней альтернативы  $A_2$ ;
- 2) среднеквадратичное отклонение оценки средней альтернативы от истинного значения  $w_2$ ;
- 3) вероятность правильного ранжирования альтернатив на выходе процедуры.

Для произвольного вектора  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$  введем в рассмотрение следующую функцию

$$No(a_j) = \frac{a_j - \min_{k=1,n}(a_k)}{\max_{k=1,n}(a_k) - \min_{k=1,n}(a_k)}, \quad j = 1, n,$$

производящую его нормировку.

Математическое ожидание оценки полезности альтернативы  $A_i$ ,  $i \in \{1, \dots, m\}$ , можно рассчитать по формуле

$$M[A_i] = \sum_{z=1}^v w_z^H(A_i) P_z(k_1, k_2, \dots, k_m),$$

где  $w_z^H(A_i) = No(w_i^{(z)})$  – нормированное значение оценки полезности альтернативы  $A_i$  при варианте  $z$  экспертного упорядочения;  $w^{(z)} = (w_1^{(z)}, w_2^{(z)}, \dots, w_m^{(z)})^T$  – вектор ненормированных оценок полезностей альтернатив, полученный на выходе процедуры построения экспертных оценок при варианте  $z$  экспертного упорядочения.

При оценивании результатов значение математического ожидания бралось нормированным:  $w(A_i)^H = No(M[A_i])$ .

Среднеквадратичное отклонение оценки  $i$ -й альтернативы рассчитывалось по формуле

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{z=1}^v (w_z^H(A_i) - w_i)^2 P_z(k_1, k_2, \dots, k_m)},$$

где  $w$  – вектор истинных значений полезностей альтернатив.

Вероятность правильного ранжирования рассчитывалась по формуле

$$\Pr = \sum_{z=1}^v \eta \left( \sum_{j=1}^{m-1} \eta \left( \sum_{i=1}^m w_i^{(z)} C_{ji} \right) - (m-1-0.5) \right) \cdot P_z(k_1, k_2, \dots, k_m), \quad (5)$$

где  $C_{ji}$  – элемент структурной матрицы правильного ранжирования, находящийся на пересечении  $j$ -й строки и  $i$ -го столбца;  $\eta(y)$  – функция Хевисайда. Вычитание числа  $m-1-0.5$  в формуле (5) введено для обеспечения отрицательного аргумента внешней функции Хевисайда в случае, если сумма  $\sum_{j=1}^{m-1} \dots$  будет меньше, чем  $m-1$ .

Рассмотрим подробнее расчет полезности альтернатив для каждого случая распределения голосов в выбранных для анализа процедурах голосования.

В процедуре Борда каждому варианту присваивается номер, который трактуется как ранговое место  $r_{A_i}^t$  варианта  $A_i$  в  $t$ -упорядочении ( $t = \overline{1, m!}, i = \overline{1, m}$ ). Чем предпочтительнее вариант, тем больший номер ему соответствует. Нумерацию можно проводить от нуля до  $m-1$ . Величина  $r_{A_i}^* = \sum_{t=1}^{m!} r_{A_i}^t k_{A_i}^t$ , где  $k_{A_i}^t$  – количество экспертов, проголосовавших за ранговое место  $r_{A_i}^t$  варианта  $A_i$  в  $t$ -упорядочении, представляет собой

сумму ранговых мест варианта  $A_i$  во всех экспертных упорядочениях. Эта величина принимается за оценку полезности альтернативы  $A_i$ .

В процедуре Терстоуна-Мостеллера рассчитывается  $p_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{n}$ , где  $\alpha_{ij}$  – число случаев во всех упорядочениях, когда эксперты предпочли  $A_i > A_j$  ( $i, j = \overline{1, m}, i \neq j$ ). Значения  $p_{ij} = 0$  и  $p_{ij} = 1$  заменяются  $p_{ij} = 1/2n$  и  $p_{ij} = 1 - 1/2n$  соответственно, и вычисляются

$$d_{ij} = H^{-1}(p_{ij}),$$

где  $H^{-1}(p_{ij})$  – функция, обратная функции нормального распределения с параметрами  $(w_i, 1)$ . Далее для определения полезностей альтернатив по методу наименьших квадратов производится минимизация по  $w_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ) величины

$$S = \sum_{i \neq j, j=1}^m [d_{ij} - (w_i - w_j)]^2$$

при условии, что  $\sum_{i=1}^m w_i = 0$ .

В МЭЭО Сысоева-Чирко [4] на основе построения функции правдоподобия вводится обобщенный критерий (ОК), или линейная функция полезности, которая аппроксимируется линейной зависимостью

$$f(X) = \alpha^T Z(X),$$

где  $Z(X) = (z_1(X), z_2(X), \dots, z_s(X))^T$  – вектор значений критериев текущей альтернативы;  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s)^T$  – вектор коэффициентов ОК;  $\alpha_i \geq 0 \quad \forall i = 1, s$ , где  $s$  – количество критериев;  $\sum_i \alpha_i = 1$ . Причем, если  $A_1 > A_2$ , то  $f(A_1) > f(A_2)$  или  $w_1 > w_2$ .

Для определения коэффициентов ОК используется принцип максимального правдоподобия. Приближенно считая, что результаты парных сравнений альтернатив в полном упорядочении являются независимыми, составляется функция правдоподобия в виде

$$L = \prod_{k=1}^n \prod_{j=1}^{m-1} P\left(A_j \succ A_{j+1}\right),$$

где  $k$  – число экспертов,  $m$  – количество альтернатив.

В [4] показано, что функцию правдоподобия можно записать как

$$L(\alpha) = \prod_{k=1}^n \prod_{j=1}^{m-1} F_k(f(A_{kj+1}) - f(A_{kj})), \quad (6)$$

где  $F_k(x)$  – функция распределения случайной величины  $\xi_j - \xi_{j+1}$  с точки зрения  $k$ -го экспер-

та ( $j = \overline{1, m-1}$ );  $A_{kj}$  – альтернатива, поставленная  $k$ -м экспертом на  $j$ -е место в упорядочении.

Рассмотрим непараметрический случай, когда число критериев  $s$  совпадает с количеством альтернатив  $m$  и каждая альтернатива имеет координаты вектора  $Z$  вида  $(0, 0, \dots, 1, 0, \dots 0)$ . Таким образом,  $\alpha_1 = w_1, \alpha_2 = w_2, \dots, \alpha_m = w_m$ .

Для данного случая формулу (6) можно переписать:

$$L(w) = \prod_{k=1}^n \prod_{j=1}^{m-1} F_k(w_{kj+1} - w_{kj}), \quad (7)$$

где  $w_{kj}$  – полезность альтернативы, поставленной  $k$ -м экспертом на  $j$ -е место в упорядочении.

Оценки  $w^*$  ищутся из (7) путем проведения численной оптимизации.

В модифицированном МЭЭО [5] учитывается, что результаты парных сравнений альтернатив в полном упорядочении являются зависимыми. В качестве функции правдоподобия используется выражение (1), (3). В результате ее максимизации находятся точечная оценка вектора  $w$  а математических ожиданий полезностей  $w$ .

## УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Как было сказано выше, исследование процедур построения коллективных экспертных оценок осуществлялось при числе альтернатив равным трем ( $A_1, A_2, A_3$ ) с шестью возможными упорядочениями альтернатив. Упорядочение  $A_1 \succ A_2 \succ A_3$  было выбрано в качестве правильного. Количество экспертов было выбрано равным пяти. В этом случае число возможных вариантов распределений голосов между каждым

из шести упорядочений равно 252. Вероятность каждого распределения голосов ( $k_1, k_2, \dots, k_6$ ) можно определить по формулам (1), (3).

Первая и третья альтернативы по нормированной шкале имели истинные значения полезности равные 1 и 0 соответственно, а значение истинной полезности второй альтернативы  $w_2$  задавалось из списка: 0.08, 0.24, 0.37, 0.48, 0.83, 0.96.

Среднеквадратичное отклонение экспертной оценки  $s$  (см. (4)) для значений полезностей альтернатив задавалось из перечня:  $1/2, 5/12, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/8, 1/12$ .

При анализе полученных данных были сделаны следующие выводы:

1) Для процедур Борда и Терстоуна-Мостеллера характерно нарастающее смещение (большее, чем у остальных процедур) математического ожидания оценки полезности средней альтернативы при уменьшении  $s$ , однако при самом большом значении  $s = 1/2$  наблюдается значение, наиболее близкое к истинному, нежели у всех остальных процедур.

Для оставшихся процедур также характерно нарастание отклонения математического ожидания, однако происходящее в обе стороны (увеличения и уменьшения) от значения  $s$ , равного приблизительно  $1/5$  (при истинных значениях полезности средней альтернативы: 0.24, 0.37, 0.48, 0.83) и  $1/6$  (при истинных значениях полезности средней альтернативы: 0.08 и 0.96).

На рисунке 1 для исследуемых процедур представлены графики математического ожидания оценки полезности средней альтернативы при ее истинных значениях, равных 0.48 и 0.96.

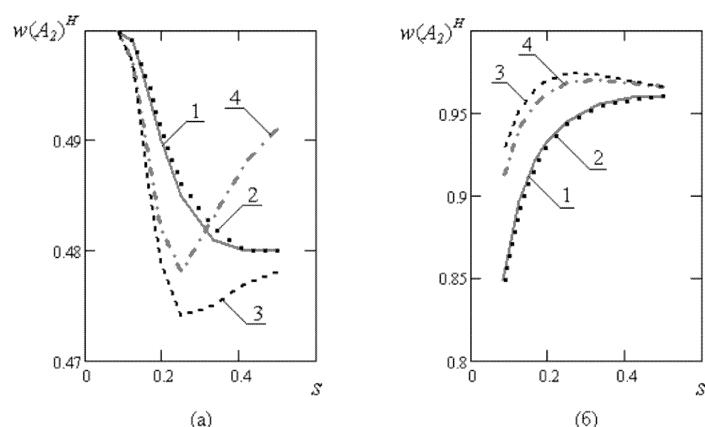


Рис. 1. Зависимость математического ожидания оценки полезности средней альтернативы от среднеквадратичного отклонения экспертной оценки при а)  $w_2 = 0.48$  и б)  $w_2 = 0.96$  для процедур: 1) Борда; 2) Терстоуна-Мостеллера; 3) МЭЭО; 4) модифицированного МЭЭО

2) При истинных значениях полезности средней альтернативы, равных 0.24, 0.37 и 0.48, наименьшие значения среднеквадратичного отклонения оценки средней альтернативы наблюдаются у процедур Борда и Терстоуна-Мостеллера. При истинных значениях полезности средней альтернативы, равных 0.08, 0.83 и 0.96, наименьшие значения среднеквадратичного отклонения оценки средней альтернативы наблюдаются у МЭЭО и модифицированного МЭЭО.

На рисунке 2 для исследуемых процедур представлены графики среднеквадратичного отклонения оценки средней альтернативы при ее истинных значениях, равных 0.48 и 0.96.

3) Графики вероятности правильного ранжирования альтернатив для всех процедур практически совпадают, помимо графика, соответствующего процедуре Борда: для него характерны более сниженные значения вероятности при больших значениях параметра  $s$ .

Таким образом, при экспертном ранжировании на порядковой шкале ничего нельзя сказать о значительном превосходстве какой-либо одной процедуры построения коллективных экспертных оценок над остальными при сравнении по статистическим параметрам. Причина заключается в следующем.

При большом значении дисперсии экспертной оценки достаточно велика вероятность любого упорядочения, вследствие чего значительно проявляется эффект сглаживания отдельных погрешностей. Результатом является незначительная смещенност математического ожидания у всех процедур и одновременно большое значение среднеквадратичного отклонения. При

малой погрешности имеет место преобладание вероятности упорядочения ( $A_1 \succ A_2 \succ A_3$ ), которое для любой процедуры дает нормированную оценку полезностей  $(w_1; w_2; w_3) = (1; 0.5; 0)$ . Стремление к этой оценке при  $s \rightarrow 0$  проявляется у всех процедур независимо от истинных полезностей альтернатив.

Основной вывод, который можно сделать по проведенным исследованиям, – использование порядковой шкалы для ранжирования оправдано лишь для некоторого среднего диапазона значений  $s$ . Уточнение границ этого диапазона потребует более детального анализа.

Помимо порядковой шкалы модифицированный МЭЭО допускает также использование более сильной шкалы [6], которую авторы называли лингвистической. Пусть для пары альтернатив  $(A_1, A_2)$  эксперт способен оценить величину разности в их полезности. На основании такой оценки пара должна быть отнесена к одному из классов  $Q_0, Q_1, \dots, Q_s$ , каждый из которых характеризуется определенной степенью различия в полезности  $A_1$  и  $A_2$ . Например, принадлежность  $(A_1, A_2) \in Q_0$  будем соотносить с ситуацией неразличимости по полезности  $A_1$  и  $A_2$ , когда эксперт не в состоянии отдать предпочтение какой-либо из альтернатив. Следующий класс  $Q_1$  соответствует уровню «малое» превосходство  $A_1$  над  $A_2$  и т. д. по порядку возрастания силы превосходства. Более подробное описание метода приведено в [6].

Исследование процедур голосования осуществлялось при числе альтернатив равным трем ( $A_1, A_2, A_3$ ) с шестью возможными упорядочениями альтернатив на порядковой шкале и двенадцатью возможными упорядочениями

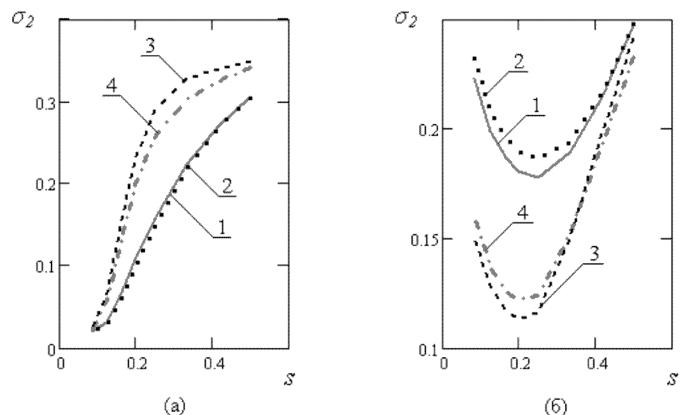


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичного отклонения оценки средней альтернативы от среднеквадратичного отклонения экспертной оценки при а)  $w_2 = 0.48$  и б)  $w_2 = 0.96$  для процедур:  
1) Борда; 2) Терстоуна-Мостеллера; 3) МЭЭО; 4) модифицированного МЭЭО

альтернатив на лингвистической шкале. Число возможных упорядочений на лингвистической шкале получилось вдвое больше, чем на порядковой шкале, в силу того, что каждому упорядочению  $A_{i_1} \succ A_{i_2} \succ A_{i_3}$  были поставлены в соответствие два варианта:

$$\begin{cases} (A_{i_1}, A_{i_2}) \in Q_1, \\ (A_{i_2}, A_{i_3}) \in Q_2; \end{cases} \text{ и } \begin{cases} (A_{i_1}, A_{i_2}) \in Q_2, \\ (A_{i_2}, A_{i_3}) \in Q_1. \end{cases}$$

При количестве экспертов равном пяти, число возможных вариантов распределений голосов между каждым из упорядочений на порядковой шкале равно 252, на лингвистической шкале – 4368.

По результатам исследования можно сделать вывод, что для МЭЭО на лингвистической шкале характерно значительно меньшее смещение, а также наименьшее значение стандартного отклонения практически при любой величине дисперсии экспертной оценки в отличие от МЭЭО и модели Терстоуна-Мостеллера на порядковой шкале. Следовательно, при малых значениях  $s$ , когда ни одна из процедур, использующих порядковую шкалу, не дает хорошего результата, применение МЭЭО с ранжированием на лингвистической шкале весьма эффективно.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В условиях ранжирования на порядковой шкале при больших значениях дисперсии экспертной оценки для осуществления коллективного выбора предпочтительнее использовать процедуру Терстоуна-Мостеллера: она наиболее

**Бугаев Юрий Владимирович** – доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры информационных технологий моделирования и управления Воронежского государственного университета инженерных технологий, тел. (4732)552550, E-mail: mmvc@vgta.vrn.ru

**Миронова Мария Сергеевна** – аспирант кафедры информационных технологий моделирования и управления Воронежского государственного университета инженерных технологий, тел. (4732)552550, E-mail: mmsams@rambler.ru

**Никитин Борис Егорович** – кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры информационных технологий моделирования и управления Воронежского государственного университета инженерных технологий, тел. (4732)552550, E-mail: nbe6419@mail.ru

проста и имеет наилучшие характеристики по рассмотренным статистическим параметрам. При малых значениях дисперсии экспертной оценки, а также в условиях неопределенности данной величины предпочтительнее осуществлять коллективный выбор с помощью модифицированного МЭЭО, в этом случае эксперты должны производить ранжирование альтернатив на лингвистической шкале.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольский В. И. Сравнительный анализ процедур голосования / В. И. Вольский, З. М. Лезина // Автоматика и телемеханика. – 1992. – №2. – С. 3–29.
2. Шмерлинг Д. С. Экспертные оценки. Методы и применение. (Обзор) / Д. С. Шмерлинг, С. А. Дубровский, Т. Д. Аржанова, А. А. Френкель // Ученые записки по статистике. – 1977. – Т. 29: Статистические методы анализа экспертных оценок. – С. 290–382.
3. Вольский В. И. Голосование в малых группах: процедуры и методы сравнительного анализа / В. И. Вольский, З. М. Лезина. – М.: Наука, 1991. – 192 с.
4. Сысоев В. В. Структурные и алгоритмические модели автоматизированного проектирования производства изделий электронной техники / В. В. Сысоев. – Воронеж: ВТИ, 1993. – 207 с.
5. Бугаев Ю. В. Экстраполяция экспертных оценок в оптимизации технологических систем [Текст] / Ю. В. Бугаев // Известия АН. Серия: Теория и системы управления. – 2003. – № 3. – С. 90–96.
6. Бугаев Ю. В. Построение маркетинговых моделей по результатам экспертного оценивания на лингвистической шкале / Ю. В. Бугаев, А. Ю. Бугаев, Б. Е. Никитин // Системы управления и информационные технологии. – 2005. – № 1. – С. 59–65.

**Bugaev Yury Vladimirovich** – doctor of physical and mathematical sciences, professor of information technologies of modelling and management department, Voronezh University of Engineering Tehnologies, tel. (4732)552550, E-mail: mmvc@vgta.vrn.ru

**Mironova Maria Sergeevna** – post-graduate student of information technologies of modelling and management department, Voronezh University of Engineering Tehnologies, tel. (4732)552550, E-mail: mmsams@rambler.ru

**Nikitin Boris Egorovich** – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of information technologies of modelling and management department, Voronezh University of Engineering Tehnologies, tel. (4732)552550, E-mail: nbe6419@mail.ru