

## **ОПТИМИЗАЦИЯ ОЧЕРЕДНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОЕКТОВ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПРОГРАММЫ**

**А. Я. Аснина\*, Н. Г. Аснина\*\*, О. С. Нильга\*\***

*\* Воронежский государственный университет*

*\*\* Воронежский государственный архитектурно-строительный университет*

**Поступила в редакцию 06.10.2011 г.**

**Аннотация.** Рассматривается инвестиционная программа, состоящая из проектов связанных технологической зависимостью в виде дерева. Предлагается алгоритм упорядочения проектов, дающий оптимальный суммарный доход.

**Ключевые слова:** проект, ориентированное дерево, инвестиционная программа, технологические взаимосвязи.

**Annotation.** We consider the investment program, which consists of projects related to technological dependence in the form of a tree. Propose an algorithm for ordering projects, giving the best total return.

**Key words:** project, a directed tree, investment program, technological interrelation.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В последнее время термин «инвестиционная программа» получил широкое распространение. Органы государственного управления, регионы, крупные объединения и другие разрабатывают и реализуют различного рода инвестиционные программы.

Под инвестиционной программой понимается некоторая совокупность инвестиционных проектов, имеющих некоторую общую цель.

Целесообразность разработки именно инвестиционной программы, а не нескольких отдельных инвестиционных проектов обуславливается множеством обстоятельств, например:

- упрощением схемы финансирования (использование возможности получения небольшого числа крупных кредитов вместо получения небольших кредитов под реализацию каждого из проектов программы в отдельности);

- снижением цены внешнего финансирования, например, за счет получения займов под меньший процент в случае, когда программа получает государственную поддержку и под нее предоставляются государственные (федеральные или региональные) гарантии (по отдельному проекту получение таких гарантий сложнее) и др. [1].

Стоит также отметить, что при правильном формировании программы ее эффект обычно больше, чем сумма эффектов включенных в нее проектов. Такого рода синергетические эффекты возникают при включении в программу взаимовлияющих проектов.

Во многих случаях при формировании программы сталкиваются с ограничениями по объемам финансирования. В этом случае оптимизация программы должна включать не только отбор в нее реализуемых и эффективных проектов, но и установление оптимальной очередности реализации отобранных проектов, с целью использования доходов от реализации одних (первых по очереди) проектов в качестве источников финансирования следующих.

Рассмотрим задачу определения оптимальной очередности реализации проектов инвестиционной программы.

Пусть имеем некоторую инвестиционную программу, состоящую из  $n$  проектов. Предполагается, что программа является допустимой [1], то есть все проекты, включенные в нее, эффективны и реализуемы.

Под проектом будем понимать комплекс действий ограниченных во времени и обеспечивающих получение определенных результатов (здесь финансовый). Время выполнения каждого проекта  $t_i$  выражено в месяцах. Каж-

дый следующий проект начинается в момент завершения предыдущего, что обусловлено наличием одной единицы ресурса.  $T = \sum_{i=1}^n t_i$  – время выполнения всех проектов. (В рамках данной работы за срок жизни программы берется  $T$ .)

Для осуществления  $i$ -го проекта необходимы инвестиции в размере  $C_i$ . Для реализации программы полностью необходимы вложения  $C = \sum_{i=1}^n C_i$ , предполагается, что все они осуществляются в момент ее начала.

После выполнения каждого  $i$ -ого проекта прогнозируется ежегодный доход в размере  $R_i$  в течение времени, оставшегося до окончания программы.  $T$  – момент получения первого дохода от последнего проекта.

### УСЛОВИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОЕКТОВ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПРОГРАММЫ

В [2], [3] показано, что если проекты образующие инвестиционную программу независимы и не учитывается временная стоимость денег, то для получения последовательности их выполнения, дающей наибольший доход, необходимо для каждого из них найти величину

$$\frac{R_i}{t_i}, \quad (1)$$

и упорядочить проекты по невозрастанию этих величин, а в случае их равенства приоритет следует отдать проекту с меньшей продолжительностью ( $t$ ), так как в этом случае раньше начнется получение дохода [4], то есть

$$l \prec m,$$

где  $l, m \in \overline{1, n}$ , если

$$\begin{cases} \frac{R_l}{t_l} > \frac{R_m}{t_m} \text{ или} \\ \frac{R_l}{t_l} = \frac{R_m}{t_m}, \text{ а } t_l < t_m. \end{cases} \quad (2)$$

В [5] величина соответствующая (1) названа коэффициентом приоритета выбора ( $KПВ$ ).

Пусть теперь проекты связаны технологической зависимостью, представленной в виде ориентированного дерева.

Требуется определить очередность, выполнения проектов инвестиционной программы с

учетом технологической зависимости между ними, дающую наибольший доход.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЧЕРЕДНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОЕКТОВ С УЧЕТОМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НИМИ

Будем определять оптимальную очередность в несколько этапов. На первом этапе занумеруем все вершины дерева инвестиционной программы, таким образом, чтобы очередность выполнения проектов в соответствии с нумерацией была допустимой. Для этого достаточно использовать правило нумерации сети без контуров [6], которое заключается в том, что номер вершины предшественника всегда меньше номера вершины следующей за ним, модифицировав его следующим образом.

Присвоим вершине корню номер ноль.

Далее нумеруются вершины первого уровня. (Первым уровнем будем считать вершины смежные с вершиной-корнем.) Им присваиваются номера с первого по  $m_1$ -й с учетом условия (2). Здесь  $m_1$  – количество вершин первого уровня.

Пусть теперь занумерованы все вершины  $k$ -го уровня, и они имеют номера с  $\sum_{i=1}^{k-1} m_i + 1$ -го до  $\sum_{i=1}^k m_i$ -го, где  $m_i$  – число вершин  $i$ -го уровня.

Тогда вершинам  $(k+1)$ -го уровня, предварительно упорядоченным по условию (2), присваиваются номера с  $\sum_{i=1}^k m_i + 1$ -го до  $\sum_{i=1}^{k+1} m_i$ -го.

Если теперь выполнять проекты в соответствии с нумерацией, то получится допустимая последовательность  $\sigma$ , которая будет давать достаточно хороший доход, однако в общем случае не оптимальный.

Поэтому на втором этапе попытаемся оптимизировать полученную последовательность  $\sigma$  путем перестановки проектов, в результате которой проекты более низких уровней имеющие высокий коэффициент приоритета займут место в  $\sigma$  перед проектами высших уровней не связанных с ними и имеющих меньший коэффициент приоритета выбора.

Пусть  $A$  и  $C$  – проекты одного уровня, а  $B$  – проект следующего уровня, причем  $A$  является непосредственным предшественником  $B$ , а  $C$  не связана ни с  $A$ , ни с  $B$ . Здесь возможны два

Таблица 2

Описание очередности выполнения проектов (A B, C)

$\sigma_2$		
A	B	C
$R_A$	$R_B$	$R_C$
$t_A$	$t_B$	$t_C$

варианта расположения проектов в общей последовательности  $\sigma : (A, C, B)$  и  $(C, A, B)$ .

1. Рассмотрим последовательность проектов  $(A, C, B)$ , из которой следует, что  $KPB(A) > KPB(C)$  или  $KPB(A) = KPB(C)$ , а  $t_A < t_C$ . Проект B стоит в последовательности  $\sigma$  после A и C потому что он является проектом другого уровня. Рассмотрим коэффициент приоритета выбора проекта B. Здесь может быть три варианта:

1.1.  $KPB(A) > KPB(B)$  или  $KPB(A) = KPB(B)$ , а  $t_A < t_B$ , и  $KPB(B) < KPB(C)$  или  $KPB(B) = KPB(C)$ , а  $t_B > t_C$ . В этом случае проекты займут места в  $\sigma$  в следующей очередности  $(A, C, B)$ ;

1.2.  $KPB(A) > KPB(B)$  или  $KPB(A) = KPB(B)$ , а  $t_A < t_B$ , и  $KPB(B) > KPB(C)$  или  $KPB(B) = KPB(C)$ , а  $t_B < t_C$  – проекты займут места в  $\sigma$  в следующей очередности  $(A, B, C)$ ;

1.3.  $KPB(A) < KPB(B)$  или  $KPB(A) = KPB(B)$ , а  $t_A > t_B$  – проекты займут места в  $\sigma$  в следующей очередности  $(A, B, C)$ .

2. Рассмотрим следующую последовательность проектов  $(C, A, B)$ , из которой следует, что  $KPB(A) < KPB(C)$  или  $KPB(A) = KPB(C)$ , а  $t_A > t_C$ . Рассмотрим коэффициент приоритета выбора проекта B:

2.1. если  $KPB(A) > KPB(B)$  или  $KPB(A) = KPB(B)$ , а  $t_A < t_B$ , тогда проекты займут места в  $\sigma$  в следующей очередности  $(C, A, B)$ ;

2.2.  $KPB(A) < KPB(B)$  или  $KPB(A) = KPB(B)$ , а  $t_A > t_B$ . Если не учитывать технологическую зависимость между A и B, то проект B нужно выполнять перед проектом A, однако это не возможно, поэтому предлагается объединить проекты A и B в группу и рассмотреть две последовательности:  $(A B, C)$  и  $(C, A B)$ . Затем посчитать доход от этих последовательностей, сравнить их, та последовательность, доход которой окажется большим, и будет оптимальной в этом случае.

Рассмотрим следующие очередности выполнения проектов  $(C, A B)$  и  $(A B, C)$ , описанные в таблицах 1 и 2 соответственно.

Таблица 1

Описание очередности выполнения проектов (C, A B)

$\sigma_1$		
C	A	B
$R_C$	$R_A$	$R_B$
$t_C$	$t_A$	$t_B$

Ежемесячные доходы от  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , начиная с  $(T+1)$ -го месяца ( $T = t_A + t_B + t_C$ ), равны, поэтому в расчетах их не учитываем.

Доход от  $\sigma_1$  составит

$$R_C(t_A + t_B) + R_A t_B,$$

а от  $\sigma_2$  –

$$R_A(t_B + t_C) + R_B t_C.$$

Если

$$R_C(t_A + t_B) + R_A t_B > R_A(t_B + t_C) + R_B t_C, \quad (3)$$

то наиболее доходна последовательность  $\sigma_1$ .

Если же

$$R_C(t_A + t_B) + R_A t_B < R_A(t_B + t_C) + R_B t_C, \quad (4)$$

то –  $\sigma_2$ .

Преобразуем (3) и (4).

$$R_C t_A + R_C t_B > R_A t_C + R_B t_C,$$

$$R_C(t_A + t_B) > t_C(R_A + R_B),$$

$$\frac{R_C}{t_C} > \frac{(R_A + R_B)}{(t_A + t_B)}. \quad (5)$$

(4) соответственно будет иметь следующий вид

$$\frac{R_C}{t_C} < \frac{(R_A + R_B)}{(t_A + t_B)}. \quad (6)$$

Таким образом, если (5), то проекты необходимо выполнять в последовательности  $(C, A, B)$ , если (6), то в последовательности  $(A, B, C)$ .

Проверим сказанное выше на примере.

Пример 1

Пусть имеем проекты C с номером k, A с номером (k+1) и B с номером (k+l). Проекты A и B связаны технологической зависимостью и очередность их выполнения следующая (A, B).

В какой очередности выполнять проекты для получения наибольшего дохода?

Проекты A, B и C описаны в табл. 3.

Здесь имеет место описанная выше ситуация, значит необходимо сравнить доход от последовательностей  $(A, B, C)$  и  $(C, A, B)$ . Воспользуемся (3) и (4).

Так как  $\frac{3}{1} < \frac{(6+14)}{(3+2)}$ , значит, проекты нужно

выполнять в последовательности (A B, C).

Проверим это непосредственными расчетами.

Выберем наиболее доходную последовательность проектов.

Наиболее доходная последовательность (A, B, C), что подтверждает (5) и (6).

В общем случае, если последовательность выполнения проектов имеет вид  $\sigma = (1, 2, \dots, k, \dots, l, \dots, s, \dots, n)$  и  $k$ -й проект является непосредственным предшественником  $s$ -го проекта, но  $KPB(k) \leq KPB(s)$ , а  $l$ -й проект не связан ни с  $k$ -м, ни с  $s$ -м, то  $k$ -й и  $s$ -й проекты нужно объединить в группу  $\sigma_h = (k, s)$  и считать одним проектом с параметрами:  $R_{\sigma_h} = R_k + R_s$ ,  $t_{\sigma_h} = t_k + t_s$ , коэффициентом приоритета выбора  $KPB(\sigma_h)$  – и поставит группу  $\sigma_h$  либо перед  $l$ -м проектом, либо после  $l$ -го с учетом условия (2).

**Теорема.** Пусть имеем набор проектов с коэффициентами приоритета выбора

$$KPB(i) = \frac{R_i}{t_i},$$

тогда коэффициент приоритета выбора для группы, состоящей из любого числа проектов равен отношению суммы доходов этих проектов к сумме времен выполнения этих проектов, то есть

$$KPB(\sigma_h) = \frac{\sum_{i \in \sigma_h} R_i}{\sum_{i \in \sigma_h} t_i}.$$

**Доказательство.** Пусть имеется группа  $\sigma_A = (i_1, \dots, i_m)$ , где  $m$  – число проектов группы  $\sigma_A$ , и  $\sigma_B = (j_1, \dots, j_s)$ , где  $s$  – число проектов группы  $\sigma_B$ .  $R_i, t_i$  – доход и время выполнения проекта из  $\sigma_A$ , а  $R_j, t_j$  – доход и время выполнения проекта из  $\sigma_B$ .

Для то чтобы доказать, что  $KPB$  группы равен  $\frac{\sum_{i \in \sigma_h} R_i}{\sum_{i \in \sigma_h} t_i}$ , надо показать, что если доход от

последовательности  $(\sigma_A, \sigma_B)$  превосходит доход от последовательности  $(\sigma_B, \sigma_A)$ ,

$$R(\sigma_A, \sigma_B) \geq R(\sigma_B, \sigma_A), \quad (7)$$

то

Таблица 3

Описание проектов A, B, C

Проект	Доход ( $R_i$ ), усл.ед.	Время ( $t_i$ ), мес.	$R_i/t_i$
A	6	3	2
B	14	2	7
C	3	1	3

Таблица 4

Расчет дохода от очередности выполнения проектов (A, B, C)

Проект	Месяцы							Суммарный доход, усл. ед.
	1	2	3	4	5	6	7	
A				6	6	6	6	24
B						14	14	28
C							3	3
Итого								55

Таблица 5

Расчет дохода от очередности выполнения проектов (C, A, B)

Проект	Месяцы							Суммарный доход, усл. ед.
	1	2	3	4	5	6	7	
C		3	3	3	3	3	3	18
A					6	6	6	18
B							14	14
Итого								50

$$\frac{\sum_{l=1}^m R_{i_l}}{\sum_{r=1}^m t_{i_r}} \geq \frac{\sum_{l=1}^s R_{j_l}}{\sum_{r=1}^s t_{j_r}}.$$

Доход от последовательности  $(\sigma_A, \sigma_B)$  –

$$R(\sigma_A, \sigma_B) = \sum_{l=1}^m R_{i_l} \left( \sum_{r=l+1}^m t_{i_r} + \sum_{r=1}^s t_{j_r} \right) + \sum_{l=1}^s R_{j_l} \sum_{r=l+1}^s t_{j_r}, \quad (8)$$

доход от последовательности  $(\sigma_B, \sigma_A)$  –

$$R(\sigma_B, \sigma_A) = \sum_{l=1}^s R_{j_l} \left( \sum_{r=l+1}^s t_{j_r} + \sum_{r=1}^m t_{i_r} \right) + \sum_{l=1}^m R_{i_l} \sum_{r=l+1}^m t_{i_r}. \quad (9)$$

Подставим (8) и (9) в (7). Получим

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^m R_{i_l} \left( \sum_{r=l+1}^m t_{i_r} + \sum_{r=1}^s t_{j_r} \right) + \sum_{l=1}^s R_{j_l} \sum_{r=l+1}^s t_{j_r} &\geq \\ \geq \sum_{l=1}^s R_{j_l} \left( \sum_{r=l+1}^s t_{j_r} + \sum_{r=1}^m t_{i_r} \right) + \sum_{l=1}^m R_{i_l} \sum_{r=l+1}^m t_{i_r}. \end{aligned} \quad (10)$$

Преобразуем (10).

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^m R_{i_l} \sum_{r=l+1}^m t_{i_r} + \sum_{l=1}^m R_{i_l} \sum_{r=1}^s t_{j_r} + \sum_{l=1}^s R_{j_l} \sum_{r=l+1}^s t_{j_r} &\geq \\ \geq \sum_{l=1}^s R_{j_l} \sum_{r=l+1}^s t_{j_r} + \sum_{l=1}^s R_{j_l} \sum_{r=1}^m t_{i_r} + \sum_{l=1}^m R_{i_l} \sum_{r=l+1}^m t_{i_r} & \\ \sum_{l=1}^m R_{i_l} \sum_{r=1}^s t_{j_r} \geq \sum_{l=1}^s R_{j_l} \sum_{r=1}^m t_{i_r}. \end{aligned}$$

Поделим обе части неравенства на  $\sum_{r=1}^m t_{i_r} \sum_{r=1}^s t_{j_r}$ .

Получим

$$\frac{\sum_{l=1}^m R_{i_l}}{\sum_{r=1}^m t_{i_r}} \geq \frac{\sum_{l=1}^s R_{j_l}}{\sum_{r=1}^s t_{j_r}}, \quad (11)$$

что и требовалось доказать.

Вернемся к рассмотрению исходной задачи. Из выше изложенного следует, что для определения оптимальной очередности выполнения проектов, связанных технологической зависимостью необходимо те проекты, для которых эта зависимость существенна, объединить в группы, в каждой из которых очередность проектов учитывает технологическую зависимость, для каждой группы вычислить  $KPB$ , а затем отсортировать эти группы по условию (2).

Определение очередности выполнения технологически связанных проектов инвести-

ционной программы можно формализовать в виде алгоритма.

#### АЛГОРИТМ 1

Пусть имеем программу из  $n$  проектов, записанных в последовательности  $\sigma$  по возрастанию их номеров, присвоенных им по правилу описанному выше.

Необходимо определить такую последовательность выполнения проектов  $\sigma^*$ , которая позволит получить от программы в целом наибольший доход.

Проекты будем рассматривать в том очередности, в которой они записаны в  $\sigma$  и последовательно переносить их в  $\sigma^*$ .

Шаг 0.

Первое место в последовательности  $\sigma^*$  займет начальный проект, а затем в порядке нумерации в  $\sigma^*$  помещаются все проекты, для которых корнем является нулевой проект. Все проекты, помещенные в  $\sigma^*$  исключаются из  $\sigma$  и объявляются группами.

Шаг 1.

Пусть  $(k-1)$  проектов из последовательности  $\sigma$  перенесено в  $\sigma^*$ , объявлено группой и упорядочено в соответствии с технологической зависимостью, причем для групп  $\sigma_h^*$ , состоящих из нескольких проектов, доход составит  $R_{\sigma_h^*} = \sum R_{i_l}$ , а время выполнения  $t_{\sigma_h^*} = \sum t_{i_l}$ , и для всех групп, кроме нулевого проекта, выполнено условие

$$KPB(\sigma_i) \geq KPB(\sigma_j), \text{ если } i \prec j, \quad (12)$$

Шаг 2.

Если  $\sigma \neq \emptyset$ , то выбирается проект  $k$  и исключается из  $\sigma$ . Назовем этот проект группой  $\sigma_k^*$ .

Иначе Шаг 7.

Шаг 3.

В  $\sigma^*$  отыскиваем группу проектов  $\sigma_h^*$ , содержащую проект с номером  $l$ , который является проектом-корнем для  $\sigma_k^*$ . Если  $l = 0$ , то переход к Шагу 6.

Иначе Шаг 4.

Шаг 4. Если  $KPB(\sigma_h^*) > KPB(\sigma_k^*)$  или  $KPB(\sigma_h^*) = KPB(\sigma_k^*)$ , а  $t_{\sigma_h^*} < t_{\sigma_k^*}$ , то  $\sigma_k^*$  ставится после групп  $\sigma_h^*$  в соответствии с условием (12),  $k = k + 1$ , переход к Шагу 2.

Иначе Шаг 5.

Шаг 5. Если  $KPB(\sigma_h^*) < KPB(\sigma_k^*)$  или  $KPB(\sigma_h^*) = KPB(\sigma_k^*)$ , а  $t_{\sigma_h^*} > t_{\sigma_k^*}$ , то к группе  $\sigma_h^*$  добавляем  $\sigma_k^*$ . Назовем образованную группу  $\sigma_k^* = \sigma_h^* \cup \sigma_k^*$  и вычислим ее параметры:

$$t_{\sigma_k^*} = t_{\sigma_h^*} + t_{\sigma_k^*}, \quad R_{\sigma_k^*} = R_{\sigma_h^*} + R_{\sigma_k^*}, \quad \text{а } KPB(\sigma_k^*) = \frac{R_{\sigma_h^*} + R_{\sigma_k^*}}{t_{\sigma_h^*} + t_{\sigma_k^*}}. \text{ Переход к Шагу 3.}$$

Шаг 6. Группа  $\sigma_k^*$  занимает место в последовательности  $\sigma^*$  в соответствии с условием (12).  $k = k + 1$ . Переход к Шагу 2.

Шаг 7. Конец.

По завершению алгоритма вся последовательность проектов  $\sigma^*$  будет состоять из групп  $\sigma_h^*$ , которые могут содержать как один элемент, так и несколько.

Рассмотренный алгоритм не всегда дает оптимальный результат, хотя для каждой группы учтена технологическая зависимость и выполняется условие (12). Поэтому необходимо перейти к третьему этапу, на котором проведем пересортировку элементов некоторых групп.

Рассмотрим подробно возможные структуры групп:

1. группа, состоящая из одного элемента;
2. группа-цепочка (два и более элементов);
3. группа-поддерево исходного дерева (три и более работ).

Группа-цепочка – это группа, состоящая из непосредственных предшественников. Например, имеем группу-цепочку  $(A, B, C)$ , это значит, что  $A$  является непосредственным предшественником  $B$ , а  $B$  – непосредственным предшественником  $C$ . В этом случае группу пересортировать невозможно и, следовательно, улучшить результат (доход) группы нельзя.

Если группу можно представить в виде дерева, то к ней можно применить алгоритм 1. При этом возможно, что структура группы изменит-

ся, то есть ее элементы поменяются местами и в ней появятся подгруппы.

Заметим, что в последовательности  $\sigma^*$ , полученном с помощью алгоритма 1, проект-корень всегда стоит на первом месте и не объединяется ни с одной из групп, если же алгоритм 1 применяется к группе  $\sigma_h^*$ , то после его завершения, проект-корень группы  $\sigma_h^*$  надо присоединить к стоящей после него подгруппе. После чего новые группы (то есть подгруппы группы  $\sigma_h^*$ ) можно расставить в последовательности  $\sigma^*$  в соответствии с условием (12).

Если после этого в  $\sigma^*$  снова имеются группы-деревья, то к ним применяются аналогичные действия.

Если в результате применения к любой группе алгоритма 1, местоположение входящих в нее проектов не изменилось, то обратно в  $\sigma^*$  она помещается целиком с прежними параметрами:  $t_{\sigma_j}, R_{\sigma_j}, KPB(\sigma_j)$  – и, следовательно, остается на том же месте.

*Пример 2*

Имеем инвестиционную программу, представленную в виде последовательности технологически связанных проектов  $\sigma$ , которая представлена в виде дерева-проектов, вершины которого пронумерованы по правилу нумерации вершин дерева (рис.1), и описана в табл. 6.

Таким образом,

$$\sigma = \{A; B; L; M; H; W; D; U; G; N; F; E; V; J; T; X; Q; P; I; C; O; Z; K; S\}$$

Требуется определить очередность выполнения проектов  $\sigma^*$  с учетом технологической зависимости, дающую наибольший доход.

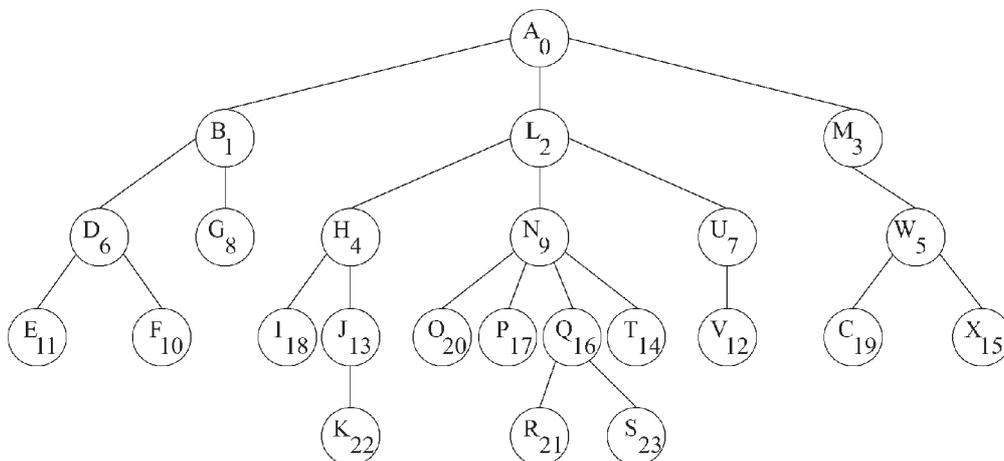


Рис. 1. Дерево проектов с пронумерованными вершинами

Описание проектов инвестиционной программы (очередность  $\sigma$ )

Номер проекта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Название проекта	A	B	L	M	H	W	D	U	G	N	F	E	
Доход (R), усл. ед.	6	8	14	4	11	14	12	9	7	1	9	14	
Время (t), мес.	1	2	3,5	2	2	5	5	4,5	5	1	1	2	
КПВ	6	4	4	2	5,5	2,8	2,4	2	1,4	1	9	7	
Номер проекта	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	Итого, мес.
Название проекта	V	J	T	X	Q	P	I	C	O	Z	K	S	-
Доход (R), усл. ед.	24	7	4,6	22	2,8	7	8,8	3	0,8	18	14	1,8	-
Время (t), мес.	6	2	2	10	1,4	3,5	5	3	1	3	7	1	78,9
КПВ	4	3,5	2,3	2,2	2	2	1,76	1	0,8	6	2	1,8	-

Сначала рассчитаем доход от  $\sigma_1^* = \sigma$ . Он составит 8936,64 усл.ед.

Покажем, что он не является максимальным, и составим  $\sigma^*$  в соответствии с алгоритмом 1.

Первое место в  $\sigma^*$  займет A, так как ее номер – ноль.

Затем в соответствии с нумерацией проектов проекты B, L, M, так как их корень – проект с номером ноль. Таким образом, упорядочено четыре проекта  $\sigma^* = \{A; B; L; M\}$ , а  $\sigma = \sigma \setminus \{A; B; L; M\}$ .

Рассмотрим проект с номером четыре из  $\sigma - H$  ( $KПВ(\sigma_H) = 5,5$ ),  $\sigma = \sigma \setminus \{A; B; L; M; H\}$ . Предшественник H – группа, содержащая L ( $KПВ(\sigma_L) = 4$ ). Так как  $4 < 5,5$ , значит группа, содержащая L объединяется с H. Тогда  $t_{(LH)} = 5,5$ ,  $R_{(LH)} = 25$ ,  $KПВ(\sigma_{LH}) = 4,55$ . Предшественник (LH) – A, значит (LH) займет место в  $\sigma^*$  в соответствии с (12).

$$\sigma^* = \{A; LH; B; M\}.$$

Рассмотрим следующий проект  $\sigma - W$  ( $KПВ(\sigma_W) = 2,8$ ),  $\sigma = \sigma \setminus \{A; B; L; M; H; W\}$ . Предшественник W – группа, содержащая M ( $KПВ(\sigma_M) = 2$ ). Так как  $2 < 2,8$ , значит группа, содержащая M объединяется с W. Тогда  $t_{(MW)} = 7$ ,  $R_{(MW)} = 18$ ,  $KПВ(\sigma_{MW}) = 2,57$ . Предшественник (MW) – A, значит (LH) займет место в  $\sigma^*$  в соответствии с (12).

$$\sigma^* = \{A; LH; B; MW\}.$$

Таким же образом рассмотрим каждый проект из последовательности  $\sigma$ .

После рассмотрения всех проектов из  $\sigma$  получим последовательность  $\sigma_2^*$ , в которой некоторые проекты объединены в группы, а  $R(\sigma_2^*) = 10043,54$  усл.ед. Группы последовательности  $\sigma_2^*$  и соответствующие им коэффициенты приоритета выбора представлены в табл. 7.

Попробуем улучшить  $\sigma_2^*$  с учетом пересортировок в группах.

Последовательность  $\sigma_2^*$  содержит две группы-поддерева:

$$\sigma_{2_1}^* = \{B; D; F; E\}, \sigma_{2_2}^* = \{N; T; Q; P; Z\}.$$

Дополнительное изучение  $\sigma_{2_1}^*$  показало, что пересортировать ее элементы нельзя, следовательно, в  $\sigma^*$  никаких изменений не произойдет.

Рассмотрим подробно группу  $\sigma_{2_2}^*$ .

Здесь корнем является N. После выполнения Шага 0 (алгоритм 1) получаем последовательность: (N; T; Q; P) ( $KПВ(\sigma_T) = 2,3$ ,  $KПВ(\sigma_Q) = 2$ ,  $KПВ(\sigma_P) = 2$ ).

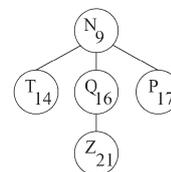


Рис. 2. Структура группы  $\sigma_{2_2}^*$

Таблица 7

KПВ групп  $\sigma_2^*$

Название группы	A	LH	BDFE	J	UV	NTQPZ	MW	X	K	S	I	G	C	O
KПВ группы	6	4,5	4,3	3,5	3,1	3,06	2,6	2,2	2	1,8	1,76	1,4	1	0,8

КПВ групп  $\sigma_3^*$

Название группы	A	LH	BDFE	NQZ	J	UV	MW	T	X	P	K	S	I	G	C	O
КПВ группы	6	4,5	4,3	4,04	3,5	3,1	2,6	2,3	2,2	2	2	1,8	1,76	1,4	1	0,8

Рассмотрим теперь проект  $Z$  ( $KПВ(\sigma_Z) = 6$ ). Предшественник  $Z$  – проект  $Q$ , так как  $2 < 6$ , значит, объединяем  $Q$  с  $Z$ , тогда  $t_{(QZ)} = 4,4$ ,  $R_{(QZ)} = 20,8$ ,  $KПВ(\sigma_{QZ}) = 4,73$ , а предшественник  $(QZ)$  – проект-корень  $N$ . В соответствии с Шагом 6 (алгоритм 1) получаем следующую последовательность проектов  $(N; QZ; T; P)$  в группе  $\sigma_2^*$ .

Так как алгоритм 1 применялся к группе, то проект-корень  $N$  присоединяется к следующей за ней группе  $(QZ)$  ( $t_{(NQZ)} = 5,4$ ,  $R_{(NQZ)} = 21,8$ ,  $KПВ(\sigma_{NQZ}) = 4,04$ ). Таким образом, получаем три новые группы:  $(NQZ; T; P)$  – которые переносятся в  $\sigma_2^*$  в соответствии с условием (12) и получаем последовательность  $\sigma_3^*$ , в которой некоторые проекты объединены в группы, а  $R(\sigma_3^*) = 10188,2$  усл.ед. Группы последовательности  $\sigma_3^*$  и соответствующие им коэффициенты приоритета выбора представлены в табл. 8.

Можно видеть, что алгоритм 1 и многократные пересортировки внутри групп по алгоритму 1 позволяют максимизировать доход инвестиционной программы.

Таки образом, последовательность выполнения проектов программы с учетом технологической зависимости, дающая наибольший доход, имеет следующий вид

$$\sigma^* = \{A; L; H; B; D; F; E; N; Q; Z; J; U; V; M; W; T; X; P; K; S; I; G; C; O\}.$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подытоживая сказанное выше, можно заключить, что для определения оптимальной очередности выполнения проектов инвестиционной программы, связанных технологической зависимостью, разумно те проекты, для которых эта зависимость существенна, объединить в группы, в каждой из которых очередность проектов учитывает технологическую зависимость, для каждой группы вычислить КПВ, а затем отсортировать эти группы по условию (2). Стоит также заметить, что аналогичные процедуры

легко могут быть разработаны и для зависимостей между проектами любого вида, например, для любой сети без контуров.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виленский П. Л., Лившиц В. Н., Смоляк С. А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика: учеб. пособие. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Дело, 2004. – 888 с.
2. Акулова И. И., Чернышов Е. М., Аснина А. Я., Гельбанд И. Е. Оптимизация системы организационно-технических мероприятий в антикризисном управлении предприятием строительной индустрии // Известия высших учебных заведений “Строительство”. Научно-теоретический журнал № 10. 2004. С. 44-48.
3. Аснина А.Я. Упорядочение последовательности мероприятий проекта с целью оптимизации прогнозируемого чистого дисконтированного дохода (ЧДД) / А.Я. Аснина, Н.Г. Аснина, О.С. Нильга // Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы IV Международной научно-практической конференции, 10-11 апреля 2008г. ч. 2. / под общ. ред. В.В. Давниса; Воронеж. гос. ун-т [и др.]. – Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2008 г. – С. 23-27.
4. Баркалов С.А. Оптимизация последовательности выполнения мероприятий проекта / С.А. Баркалов, О.С. Нильга, В.О. Скворцов // Материалы научно практической конференции «Образование, наука, производство и управление». Том III. – Старый Оскол. 2008. – С. 206-211.
5. Аснина А.Я. Определение оптимальной последовательности мероприятий в рамках формирования государственных целевых программ Российской Федерации / А.Я. Аснина, Н.Г. Аснина // Математика и ее приложения. Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы международной научно-практической конференции, г. Орел, 20-21 мая 2011г. / под общ. ред. В.В. Давниса, А.Н. Зарубина; Воронеж. гос. ун-т [и др.]. – Воронеж: ООО «Воронежский Центр Новых Технологий и Инноваций», 2011 г. – С. 158-161.
6. Вагнер Г. Основы исследования операций. Том 1. / перевод с англ. Б.Т. Вавилова. // Издательство «МИР». – М.: 1972.

**Аснина Альбина Яковлевна** – доцент, к.т.н., кафедра математических методов исследования операций, факультет прикладной математики, информатики и механики, Воронежский Государственный Университет, 8(903)6508318.

**Аснина Наталия Георгиевна** – доцент, к.т.н., кафедра прикладной информатики и информационных систем, факультета экономики, управления и информатики, Воронежский Государственный Архитектурно-Строительный Университет [boris03@mail.ru](mailto:boris03@mail.ru).

**Нильга Ольга Сергеевна** – аспирант кафедры управления строительством, факультета экономики, управления и информатики, Воронежский Государственный Архитектурно-Строительный Университет, 8(910)2847417, [nilga.os\\_vrn@mail.ru](mailto:nilga.os_vrn@mail.ru).

**Asnina Albina Yakovlevna** – Associate professor, Candidate of technical sciences, the dept. of the Mathematical Methods of Operation Research, Department of Applied Mathematics, Informatics and Mechanics, Voronezh State University, 8(903)6508318.

**Asnina Natalia Georgievna** – Associate professor, Candidate of technical sciences, Department of Applied Informatics, Faculty of Economics, Management and Informatics, Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering, [boris03@mail.ru](mailto:boris03@mail.ru).

**Nilga Olga Sergeevna** – post-graduate student of Department of Construction Management, Faculty of Economics, Management and Informatics Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering, 8(910)2847417, [nilga.os\\_vrn@mail.ru](mailto:nilga.os_vrn@mail.ru).