УДК 519.86

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ТРУДНОСТИ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ

Н. Б. Баева, Е. В. Куркин

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 01.03.2011 г.

Аннотация. В статье рассматривается один из подходов получения интегральной оценки качества с помощью коэффициентов трудности достижения цели. Посредством введения и обоснования новых операций, расширены операционные основы над коэффициентами трудности, позволяющие строить квалитативные и производственно-квалитативные функции практически сколь угодно большой сложности.
Ключевые слова: оценка качества, трудность достижения цели, операции, квалитативные функции, производственно-квалитативные функции.
Annotation. One of possible approach to construction integral estimate of quality via rate of difficulty is considered. Operational bases of rate of difficulty in achieving the objectives are extended by introduction and substantiation the new operations. Extended operational bases allow to construct qualitation and production-qualitation function at higher level.
Keywords: quality estimate, difficulty in achieving the objectives, operation, qualitation function, production-qualitation function.

ВВЕДЕНИЕ

Необходимость в оценке качества возникает во многих сферах экономики и особо остро этот вопрос стоит в промышленном производстве. Причем для достижения наилучшего результата, качество ресурсов требуется учитывать на всех этапах, начиная от добычи исходного сырья и заканчивая выпуском готовой продукции. Поиску путей, подходов, методов и средств построения интегральной оценки качества на основе обобщенной теории трудности и посвящена данная статья.

В различной литературе (см. напр. [1–4] и др.) для оценки качества описаны различные подходы. Вызвано это, как нам представляется, в первую очередь тем, что за сравнительно недолгое время исследования проблемы численной оценки качества, не сложилось целостной и единой теории. Г.Г. Азгальдов, А.В. Гличев, Э.П. Райхман, В.П. Панов и другие в начале второй половины XX века систематизировали сложившиеся на практике методы и разработали первые общие подходы к численной оценке качества. Способы оценки качества по настоящий день продолжают эволюционировать. В большинстве случаев оценка качества находится в виде зависимости от текущего и базового показателя – $K = f(P, P_{107})$. Вид зависимости может быть линейным, нелинейным, а также сформулированным в вербальной форме.

В различных отраслях используются свои особые формулы и способы определения оценки качества, но в целом можно выделить наиболее общие подходы [1, 2, 5].

1. **Линейная зависимость** – любому изменению текущего экономического показателя выделенного j-го свойства соответствует пропорциональное изменение его оценки. Наиболее часто используемые формулы $q_j = \dfrac{K_j}{K_j^{107}}$, $q_j = \dfrac{K_j - K_j^{<8=}}{K_j^{107} - K_j^{<8=}}$, где K_j – есть текущее значение некоторого свойства, $K_j^{баз}$ – его базисное значение, $K_j^{мин}$ – минимальное значение. Отметим, что в отечественной практике линейная зави-

симость используется в большинстве случаев, несмотря на то, что она имеет место лишь для ограниченного числа свойств определенного класса объектов, ибо далеко не всегда, например, увеличение показателя качества свойства влечет за собой пропорциональное увеличение оценки.

2. Зависимость, определяемая **экспертным методом**, часто не выраженная в явном виде. Как отмечено в трудах Г. Г. Азгальдова это наиболее гибкий метод, но в то же время наиболее затратный и субъективный. Наиболее обстоятельно с подробным изложением этот метод описан в работе [1].

3. **Нелинейная зависимость,** при которой приращение значения (оценки свойства) функции зависит не только от приращения аргумента (значение показателя), но и от текущего значения («насыщенности»). Известно, что чем выше оценка качества, тем сложнее дается её дальнейшее увеличение. В зарубежной практике чаще используются нелинейные оценки. Среди них, например, предложенная Харрингтоном [1]: $K_j = e^{-\left(\left|P^0\right|\right)^{m_j}}$, где m_j – положительная константа $0 < m_j \le M < \infty$, P^0 – линейная функция от P_j, $P^0 = \dfrac{2P_j - \left(P_j^{<0:\text{A}} + P_j^{<8=}\right)}{P_j^{<0:\text{A}} - P_j^{<8=}}$, $P^0 = -1$ при $P_j = P_j^{<8=}$, $P^0 = 1$ при $P_j = P_j^{<0:\text{A}}$.

Особое место среди нелинейных зависимостей занимает оценка, получаемая с использованием формулы **трудности достижения цели** [2, 5], которую ниже мы рассмотрим подробнее.

Оценка качества на основе понятия трудности достижения цели, как нам представляется, обладает рядом преимуществ. Во-первых, оценки различных свойств получаются в одной шкале, что важно при сравнении показателей. Во-вторых, наличие специальным образом введенных операций учитывающих специфику качества при сложении, умножении и т.д., создает реальную основу для построения интегральных оценок качества, в том числе элементов находящихся на разных иерархических уровнях.

Учитывая сказанное выше считаем оценку качества на основе теории трудностей не только наиболее перспективной, но и позволяющей решать важные практические задачи.

ПОСТРОЕНИЕ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ТРУДНОСТИ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ

В работе [2] было введено и в [5–7] исследовано понятие трудности достижения цели. Величина трудности достижения цели вычисляется по формуле

$$d = \frac{\varepsilon(1-\mu)}{\mu(1-\varepsilon)}, \qquad (1)$$

где $\mu \in (0,1]$ есть безразмерная оценка качества ресурса, а $\varepsilon \in [0,1)$ – нижняя допустимая граница качества. Идея введения коэффициентов трудности и разработки способов их расчета принадлежит Руссману И.Б. Она возникла из интуитивных соображений о том, что *при прочих равных условиях получить результат определенного качества тем труднее, чем ниже качество ресурса и чем выше требования к качеству результата.*

Для обозначения взаимосвязи трудности и качества, приведем определение качества, на которое мы будем в дальнейшем опираться, зафиксированное в стандарте ИСО 9000:2001 [4]: «*Качество* – это степень, с которой совокупность собственных отличительных свойств (характеристик) выполняет требования (потребности или ожидания) заинтересованных сторон, которые установлены, обычно предполагаются или являются обязательными». Нетрудно проследить аналогию между формулой трудности и приведенным определением качества, в нем численной характеристикой собственных отличительных свойств является величина μ, а численное значение требований заинтересованных сторон есть ε. Действительно, чем меньше трудность достижения цели, тем больше разница между качеством ресурса μ и минимальным требованием к нему ε и тем лучше ресурс (качественнее). Аналогично, чем больше трудность достижения цели, тем меньше разница между качеством ресурса μ и минимальным требованием к нему ε, тем самым ресурс считается менее качественным. Для последних двух утверждений верно обратное.

Определить параметры μ и ε для конкретного объекта, процесса или свойства можно, например, следующим образом. Если введена оценка P_j некоторого j-го свойства рассматриваемого объекта, а также интервал изменения этой оценки $[\underline{P}_j, \overline{P}_j]$, то качество j-той оценки и требование к нему можно задать как

$\mu_j = P_j / \overline{P_j}$, $\varepsilon_j = P_j / \overline{P_j}$. Существуют и другие подходы к определению μ и ε (см. напр. приложение к работе [7]), вычисляемые в каждом конкретном случае на основе информации имеющейся об объекте исследования.

В работе [5] описаны свойства, которые предъявляются к коэффициенту трудности, а также введены и обоснованы операции обобщенного сложения и умножения коэффициентов трудностей, с обоснованием аналитического вида и свойств, предъявляемых к этим операциям (ассоциативность, коммутативность, гладкость, ограниченность, нейтральность). Рассмотрим вопрос более полно, введя остальные арифметические операции. Данные операции могут потребоваться, например, для построения квалитативных функций, для определения интегрального показателя качества в иерархических системах и т.п.

Пусть множество D есть отрезок $[0,1]$, которому принадлежат значения, получаемые по формуле (1) и $d_i \in D, i = 1,..n$. Перечислим операции над коэффициентами трудности.

Новые операции обобщенного вычитания и деления требуют обоснования, приведем его.

Вид операции вычитания можно получить из операции сложения $d = d_1 + d_2 - d_1 d_2$, выразив элемент d_2 через d и d_1:

$$d = d_1 + d_2(1 - d_1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d_2(1 - d_1) = d - d_1 \Leftrightarrow d_2 = \frac{d - d_1}{1 - d_1}.$$

Переобозначив в последней формуле переменные, получим аналитический вид обобщенной операции вычитания $d = \dfrac{d_1 - d_2}{1 - d_2}$.

Для иллюстрирования корректности введенной операции приведем пример:

$$d_1 \oplus d_2 \Theta d_1 = \frac{d_1 + d_2 - d_1 d_2 - d_2}{1 - d_1} =$$

$$= \frac{d_2(1 - d_1)}{1 - d_1} = d_2.$$

Следует также отметить, что операция сложения даёт результат больший, чем каждое из входящих в неё слагаемых (это легко видно из представления $d = d_1 + d_2 - d_1 d_2 = d_1 + d_2(1 - d_1) > d_1$ и $d = d_1 + d_2 - d_1 d_2 = d_1(1 - d_2) + d_2 > d_2$), а поскольку вычитание мы выводим из сложения, числитель в формуле (2) будет положителен, так как d больше d_1. Поскольку коэффициент трудности лежит в диапазоне $[0,1]$, то будем в дальнейшем учитывать при использовании формулы вычитания данное обстоятельство: вычитаемый коэффициент трудности должен быть не больше уменьшаемого коэффициента трудности.

Таблица 1

Обобщенные операции

Название операции	Аналитический вид
обобщенное сложение (обозначается знаком $\oplus$)	$d = d_1 \oplus d_2 = d_1 + d_2 - d_1 d_2$
обобщенное умножение (обозначается знаком $\oplus$)	$d = d_1 \otimes d_2 = 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2}}$
n-арное сложение	$d = d_1 \oplus d_2 \oplus \ldots \oplus d_n = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - d_i)$
n-арное умножение	$d = d_1 \otimes d_2 \otimes \ldots \otimes d_n = 1 - e^{-\prod_{i=1}^{n}\ln\frac{1}{1-d_i}}$
умножение на неотрицательное число	$\lambda \otimes d = 1 - (1 - d)^{\lambda}$
обобщенное возведение в степень (обозначается знаком $\wedge$) λ – неотрицательное число	$d^{\hat{\lambda}} = 1 - e^{-\left(\ln\frac{1}{1-d}\right)^{\lambda}}$
обобщенное вычитание (обозначается знаком Θ)	$d = d_1 \Theta d_2 = \dfrac{d_1 - d_2}{1 - d_2}$
обобщенное деление (обозначается знаком $\emptyset$)	$d = d_1 \emptyset d_2 = 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\Big/\ln\frac{1}{1-d_2}}$

Обоснование аналитического вида обобщенной операции деления проведем аналогично вычитанию, а именно выразим d_2 из равенства $d = d_1 \otimes d_2$:

$$d = 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2}} \Leftrightarrow e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2}} =$$
$$= 1 - d \Leftrightarrow \ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2} =$$
$$= \ln\frac{1}{1-d} \Leftrightarrow \frac{1}{1-d_2} =$$
$$= e^{\ln\frac{1}{1-d}\Big/\ln\frac{1}{1-d_1}} \Leftrightarrow d_2 = 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d}\Big/\ln\frac{1}{1-d_1}}.$$

Переобозначив в последней формуле переменные, получим аналитический вид обобщенной операции деления $d = 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\Big/\ln\frac{1}{1-d_2}}$.

В некоторых случаях для построения интегральной оценки качества с использованием коэффициентов трудности и обобщенных операций требуется единичный элемент – умножение на который не меняет результата (аналог единицы для вещественных чисел). Для отыскания значения единичного элемента, найдем значение d_2 из уравнения $d_1 \otimes d_2 = d_1 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2}} = 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}} \Leftrightarrow \ln\frac{1}{1-d_2} = 1 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \frac{1}{1-d_2} = e \Leftrightarrow d_2 = 1 - \frac{1}{e}$. Таким образом, единичным элементом является $\hat{e} = 1 - \frac{1}{e} \approx 0.63$. Заметим также, что данное значение согласно классификации Харрингтона [1], является нейтральным при принятии решения о качестве свойства оцениваемого объекта.

Отметим ещё один факт, имеющий отношение к полученному нами единичному элементу $\hat{e} = 1 - \frac{1}{e}$. На множестве действительных чисел умножение на число большее единицы, увеличивает результат, а умножение на число меньшее единицы, уменьшает результат. Аналогичная ситуация имеет место и для множества трудностей.

Утверждение: Пусть даны $d_1 \in D$, $d_2 \in D$, где D множество трудностей, тогда при $d_2 > 1 - \frac{1}{e}$ выполняется неравенство $d_1 \otimes d_2 > d_1$, а из $d_2 < 1 - \frac{1}{e}$ следует, что $d_1 \otimes d_2 < d_1$.

Доказательство: решим неравенство относительно d_2:

$$d_1 \otimes d_2 > d_1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2}} > d_1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2}} < 1 - d_1 \Leftrightarrow$$
$$-\ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2} < \ln(1-d_1) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2} > \ln\frac{1}{1-d_1} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \ln\frac{1}{1-d_2} > 1 \Leftrightarrow \ln\frac{1}{1-d_2} > \ln e \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{1-d_2} > e \Leftrightarrow d_2 > 1 - \frac{1}{e}.$$

То есть при значениях d_2 больше $1 - \frac{1}{e}$ результат обобщенного умножения d_1 на d_2 больше значения d_1. Аналогично, если в приведенных неравенствах поменять знак на противоположный, то получим, что при значениях d_2 меньше единичного элемента результат обобщенного умножения d_1 на d_2 меньше значения d_1. Утверждение доказано.

Имея в арсенале все арифметические операции над элементами множества D, мы можем строить на нем функции практически любого вида. Более того, в силу непрерывности и монотонности обобщенных арифметических операций можно составлять суперпозиции из функций.

Квалитативной называется функция, связывающая качество входящих в неё элементов с качеством конечного результата. В общем виде записывается как $y = q(Q)$, где $q : D^n \to D$, $D = [0,1]$, $Q \in D^n$, $n = 1, 2, \ldots$ Данная функция необходима в случаях, когда известна организационная структура исследуемого объекта и требуется вычислить на основе известных качеств ресурсов качество итогового продукта или результата, производимого объектом. Как было отмечено ранее оценка качества и трудность достижения цели понятия взаимосвязанные, поэтому мы будем строить и использовать квалитативные функции в терминах трудности достижения цели. В первую очередь это вызвано тем, что для трудностей построен алгебраический аппарат, имеющий вероятностную [8] и графическую интерпретацию.

Квалитативная функция построенная на основе коэффициентов трудности достижения цели должна удовлетворять следующим свойствам:

1) если какой-либо из аргументов квалитативной функции равен единице, то и обобщенный результат равен 1, т. е. $\exists k_0 : d_{k_0} = 1$, то $D = 1$;

2) если какой-либо из аргументов квалитативной функции равен нулю, то обобщенный результат не зависит от трудности по этой компоненте;

3) функция $y = q(Q)$ монотонно возрастает по всем аргументам.

Конкретный вид квалитативной функции может быть определен аналогично тому, как это делается для производственной функции: на основе обработки накопленной за предысторию информации, экспериментов с системой и исследованием организационной структуры и прочими факторами, которые помогут точнее определить аналитический вид функции.

Приведем примеры квалитативных функций. Аналог функции Кобба-Дугласа $f(x_1,\dots,x_n) = \alpha_0 x_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot x_n^{\alpha_n}$ на множестве трудностей:

$$f(d_1,\dots,d_n) = \lambda_0 \otimes d_1^{\hat{\lambda}_1} \otimes \ldots \otimes d_n^{\hat{\lambda}_n}.$$

Квалитативным аналогом производственной функции с постоянной эластичностью замены (CES) $y = (a_1 x_1^{a_3} + a_2 x_2^{a_3})^{a_4}$ является

$$D = \left[\lambda_1 \otimes d_1^{\hat{\lambda}_3} \oplus \lambda_2 \otimes d_2^{\hat{\lambda}_3}\right]^{\hat{\lambda}_4}.$$

Квалитативные функции позволяют решать, например, следующие типы задач:

– прогнозирование качества результата, по известным качественным характеристикам компонент системы;

– определение области допустимых значений качества компонент, обеспечивающие получение заданного качества результата;

– оптимизация затрат на получение требуемого качества результата (путем составления оптимизационной задачи с квалитативной целевой функцией).

В приложении к работе [7] дан пример составления квалитативной функции.

При анализе производственно-экономических объектов весьма полезным может быть учет количественных характеристик процесса в совокупности с качественными, этому вопросу и посвящен следующий раздел.

ПРОИЗВОДСТВЕННО-КВАЛИТАТИВНЫЕ ФУНКЦИИ

Под производственно-квалитативными функциями понимаются функции, в которых наряду с количественными характеристиками процесса производства, учитываются и качественные. То есть значение такой производственной функции зависит не только от количества входящих в неё компонентов, но и от их количественной оценки качества. В общем виде записываются как $y = f(X,Q)$, где $f : R^m \times D^n \to R$, R – множество действительных чисел, $X \in R^m$, $m = 1,2,..$, $D = [0,1]$, $Q \in D^n$, $n = 1,2,\dots$

Сущность и свойства производственно-квалитативных функций приведены в работе [9].

Вид производственно-квалитативной функции в каждом конкретном случае будет зависеть от организационной структуры объекта и накопленной статистической информации о его функционировании. Один из возможных алгоритмов построения производственно-квалитативной функции приведен в работе [10]. Перечислим некоторые, наиболее часто встречающиеся, подходы к построению этих функций.

1. $f(X,Q) = q(Q)y(X)$. Здесь $q(Q)$ – поправка значения производственной функции $y(X)$ значением интегральной оценки качества, в работе [11] предлагается называть её калибровочным коэффициентом. Однако, поскольку здесь под $q(Q)$ понимается любое, сколь угодно сложное выражение, то будем использовать общий термин – калибровочная квалитативная функция. Так как $q(Q)$ квалитативная функция, то её значения лежат в отрезке [0,1]. В силу того, что обобщенные операции над трудностями обладают свойствами непрерывности и дифференцируемости в интервале (0,1), то и калибровочная квалитативная функция является непрерывной и дифференцируемой. Этот вид производственно-квалитативной функции является наиболее часто используемым

2. $f(X,Q) = y(g_1(X_1,Q_1),\dots,g_n(X_n,Q_n))$. В этом представлении производственно-квалитативной функции каждый аргумент функции $y(X)$ есть функция агрегирования $g_i(X_i,Q_i)$ величины ресурса X_i и его качественной оценки Q_i. Здесь, в отличии от предыдущего случая, поправку на качество имеют сами аргументы функции. Более подробно данный способ учета качества рассмотрен в работе [9].

Производственно-квалитативные функции имеют достаточно широкое применение в описании различного рода производственно-экономических процессов. Ниже приведен пример построения производственно-квалитативной функции, с использованием новых обобщенных операций над коэффициентами трудности.

ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННО-КВАЛИТАТИВНОЙ ФУНКЦИИ

Приведем иллюстративный пример по построению производственно-квалитативной функции. Рассмотрим предприятие по производству силикатного кирпича, начиная от добычи извести и заканчивая выпуском готовой продукции. В производстве участвует три подразделения: по добыче извести, перевозке и непосредственно производству кирпича. Исходные данные представлены в таблице 2.

Для первого подразделения по добыче извести учет качества будем производить исходя из загрязненности добываемого ресурса. По производственной технологии, загрязненность извести не должна превышать 25%, то есть в терминах трудности достижения цели нижняя граница требования к качеству добываемого ресурса $\varepsilon = 0{,}75$. Известны также показатель загрязненности добываемой извести по каждому временному периоду (см. таблицу 2 столбец лабораторный показатель качества извести) и коэффициент выхода извести после очистки от добытого объема. Вычисляется коэффициент выхода извести с помощью квалитативной функции $q(d_1) = 1.7 \otimes \left(\hat{e} \varnothing d_1\right)$, которая в свою очередь получена на основе обработки статистической информации из таблицы 3. Именно, анализируя значения столбцов трудности достижения цели и коэффициента выхода, приходим к выводу, что зависимость между показателями обратная. Подбор коэффициентов обратной функции методом наименьших квадратов привел к виду приведенному выше. Показатель аппроксимации для данной функции составил 0,98.

Производственная функция первого подразделения, дающая выход неочищенной извести – есть функция от одной переменной. Общий

Таблица 2

Исходные данные для исследования

год	период	расходы на известь, тыс. руб, x_1	выход извести, тыс. тонн, y_1	транспортные затраты, тыс. руб, x_2	сырьё известь, тыс. т., y_2	расходы на кирпич, тыс. руб, x_3	выпуск кирпича, млн. шт. y_3
1996	январь	928,8	28,9	1058,8	31,7	5413	10,8
1996	февраль	725,4	23,4	1086	29,2	4952,4	9,9
1996	март	1290,6	37,9	1479,8	41,4	5757,2	12,4
1996	апрель	1642,3	47,5	1475,5	46,5	5644,7	12,7
1996	май	1892	54	1511,2	49,6	5329	12,6
1996	июнь	1905,6	54,8	1804,4	53,4	5509,4	13,3
1996	июль	2065	57,3	1404,7	49,8	5741,4	12,9
1996	август	2079,2	57,7	1622,3	52,2	5875,6	13,3
1996	сентябрь	2044,3	56,9	1499,1	50,6	5727,5	13
1996	октябрь	1885,6	53,8	1576,8	50,4	5785	13,2
1996	ноябрь	1587,9	46	1471,3	45,1	5654,5	12,6
1996	декабрь	1065	32	1189,9	34,8	5445,7	11,3
1997	январь	875,8	27,4	855,9	28	5751,1	10,7
1997	февраль	1067	32,1	1021,5	32,8	5463,4	10,9
1997	март	1325,2	38,9	1563,1	42,9	6036	12,8
1997	апрель	1503,6	43,8	1483,6	44,2	5818,8	12,5
1997	май	1752	50,2	1646,6	48,8	5863,9	12,9
1997	июнь	2112,7	58,5	1711,1	53,7	6047,2	13,7
1997	июль	1942,4	55,4	1848,1	54	6087	13,5
1997	август	2123,8	58,8	1635,3	53,1	5861,5	13,2
1997	сентябрь	2212,6	60,5	1571	52,8	6046,9	13,4
1997	октябрь	2027,6	56,2	1895,7	54,7	6583,8	14,2
1997	ноябрь	1672	48,4	1664,9	46,3	6946,8	13,8
1997	декабрь	1083,4	32,6	1132,3	34,4	6028,5	11,5

Таблица 3

Данные по первому подразделению

год	период	расходы на известь, тыс. руб, x_1	Лабораторный показатель качества извести	Трудность достижения цели, при $\varepsilon = 0{,}75$, d_1	выход неочищенной извести, тыс. тонн	выход отчищенной извести, тыс. тонн, y_1	Коэффициент выхода
1996	январь	928,8	0,88	0,42	28,9	27,68	0,96
1996	февраль	725,4	0,87	0,46	23,4	21,92	0,94
1996	март	1290,6	0,94	0,19	37,9	37,89	1,00
1996	апрель	1642,3	0,89	0,39	47,5	46,05	0,97
1996	май	1892	0,91	0,31	54	53,47	0,99
1996	июнь	1905,6	0,90	0,34	54,8	53,86	0,98
1996	июль	2065	0,93	0,23	57,3	57,20	1,00
1996	август	2079,2	0,86	0,50	57,7	52,65	0,91
1996	сентябрь	2044,3	0,85	0,51	56,9	51,48	0,90
1996	октябрь	1885,6	0,90	0,34	53,8	52,95	0,98
1996	ноябрь	1587,9	0,95	0,16	46	46,00	1,00
1996	декабрь	1065	0,88	0,40	32	30,89	0,97
1997	январь	875,8	0,88	0,42	27,4	26,22	0,96
1997	февраль	1067	0,94	0,20	32,1	32,08	1,00
1997	март	1325,2	0,87	0,45	38,9	36,66	0,94
1997	апрель	1503,6	0,94	0,19	43,8	43,78	1,00
1997	май	1752	0,88	0,41	50,2	48,22	0,96
1997	июнь	2112,7	0,94	0,19	58,5	58,48	1,00
1997	июль	1942,4	0,92	0,24	55,4	55,27	1,00
1997	август	2123,8	0,94	0,19	58,8	58,78	1,00
1997	сентябрь	2212,6	0,88	0,40	60,5	58,22	0,96
1997	октябрь	2027,6	0,90	0,35	56,2	55,10	0,98
1997	ноябрь	1672	0,90	0,35	48,4	47,47	0,98
1997	декабрь	1083,4	0,88	0,39	32,6	31,55	0,97

вид производственной функции для случая с одной переменной есть $f(x_1) = a_0 x_1^{a_1}$. Используя метод наименьших квадратов, получаем $f(x_1) = 0.0757 x_1^{0.8694}$ для которой сумма квадратов отклонений меньше, чем при использовании линейной функции.

Таким образом, имея производственную функцию выхода неочищенного сырья и квалитативную функцию, описывающую зависимость между лабораторным показателем качества извести и коэффициентом получения чистого сырья, можем составить производственно-квалитативную функцию первого подразделения

$$y_1(x_1, d_1) = q(d_1) f(x_1) =$$
$$= \left(1.7 \otimes \left(\hat{e} \O d_1\right)\right) \cdot 0.0757 x_1^{0.8694}.$$

Для второго подразделения по перевозке извести предполагается, что известь не теряет своего качества во время перевозки, поэтому составим только производственную функцию. Для транспортного предприятия допускается закупать известь от третьих лиц, с целью оптимизации собственных внутренних затрат. Перебирая основные аналитические виды производственных функций, наилучшей аппроксимацией процесса перевозки обладает функция Солоу $f(y_1, x_2) = (0.6082 y_1^{1.0445} + 0.0588 x_2^{0.8691})^{0.9092}$.

Построим производственно-квалитативную функцию третьего подразделения. Исходные данные для получения аналитического вида функции приведены в таблице 4.

Известно что, известь перед применением проходит обработку, тем больше, чем ниже её лабораторная оценка качества, кроме того, в известь добавляются присадки с целью придания ресурсу требуемых производственной технологией свойств. На обработку необходимы финансовые ресурсы, величина которых зависит от качества извести и присадок. Установлено, что объем дополнительных средств вычисляется по формуле $\Delta x_3 = q(d_{31}, d_{32}) x_3$, где $q(d_{31}, d_{32})$ – есть квалитативная функция от качества извести d_{31} и качества присадок d_{32} в

Таблица 4

Данные по третьему подразделению

год	период	сырьё известь, тыс. т., y_2	Оценка качества извести	Оценка в терминах трудности, при ε = 0,45, d_{31}	качество присадок в терминах трудности, d_{32}	итоговая трудность	расходы на кирпич, тыс. руб, x_3	суммарные расходы, тыс. руб	выпуск кирпича, млн. шт. y_3
1996	январь	31,7	0,78	0,23	0,07	0,11	5413	6020,9	10,8
1996	февраль	29,2	0,62	0,50	0,05	0,32	4952,4	6520,3	9,9
1996	март	41,4	0,74	0,29	0,00	0,19	5757,2	6838,0	12,4
1996	апрель	46,5	0,51	0,80	0,07	0,60	5644,7	9015,5	12,7
1996	май	49,6	0,52	0,76	0,09	0,56	5329	8306,6	12,6
1996	июнь	53,4	0,82	0,18	0,00	0,11	5509,4	6120,8	13,3
1996	июль	49,8	0,55	0,66	0,02	0,47	5741,4	8464,8	12,9
1996	август	52,2	0,68	0,38	0,01	0,24	5875,6	7298,0	13,3
1996	сентябрь	50,6	0,78	0,23	0,06	0,12	5727,5	6403,1	13
1996	октябрь	50,4	0,60	0,55	0,03	0,37	5785	7943,2	13,2
1996	ноябрь	45,1	0,56	0,64	0,04	0,44	5654,5	8149,4	12,6
1996	декабрь	34,8	0,63	0,49	0,04	0,32	5445,7	7161,1	11,3
1997	январь	28	0,58	0,59	0,10	0,38	5751,1	7930,8	10,7
1997	февраль	32,8	0,61	0,52	0,10	0,32	5463,4	7210,4	10,9
1997	март	42,9	0,67	0,40	0,01	0,26	6036	7628,1	12,8
1997	апрель	44,2	0,76	0,26	0,09	0,12	5818,8	6520,9	12,5
1997	май	48,8	0,56	0,64	0,03	0,45	5863,9	8485,0	12,9
1997	июнь	53,7	0,81	0,19	0,09	0,08	6047,2	6502,3	13,7
1997	июль	54	0,73	0,30	0,07	0,16	6087	7043,8	13,5
1997	август	53,1	0,80	0,20	0,03	0,11	5861,5	6513,7	13,2
1997	сентябрь	52,8	0,71	0,33	0,07	0,18	6046,9	7161,5	13,4
1997	октябрь	54,7	0,57	0,61	0,08	0,41	6583,8	9264,8	14,2
1997	ноябрь	46,3	0,79	0,21	0,06	0,10	6946,8	7663,1	13,8
1997	декабрь	34,4	0,51	0,79	0,03	0,61	6028,5	9677,2	11,5

терминах трудности достижения цели. Аналитический вид квалитативной функции $q(d_{31}, d_{32}) = 0.6 \otimes (d_{31} \oplus d_{32})$ получен из соображений сложения одноранговых трудностей, поправочный коэффициент найден исходя из обработки статистической информации.

Аналитический вид производственной функции от величины сырья и суммарных затрат получен аналогично двум предыдущим случаям, наилучшим образом процесс описывает функция Кобба-Дугласа $y_3 = 1.6198 y_2^{0.3967} x_3^{0.0605}$. Откуда можем выписать аналитический вид производственно-квалитативной функции

$$y_3 = 1.6198 y_2^{0.3967}((1 + 0.6 \otimes (d_{31} + d_{32}))x_3)^{0.0605}.$$

Производственно-квалитативная функция всего предприятия, тогда имеет вид:

$$y_3 = 1.6198(0.041(1.7 \otimes (\hat{e} \oslash d_1))x_1^{0.6353} +$$
$$+0.0588 x_2^{0.0891})^{0.3607} \times$$
$$\times((1 + 0.6 \otimes (d_{31} + d_{32}))x_3)^{0.0605}.$$

Поскольку производственно-квалитативная функция является более близкой аппроксимацией реального процесса, то получив её аналитический вид, мы можем более точно прогнозировать выход итогового продукта с учетом качества исходных ресурсов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе расширены операционные основы над коэффициентами трудности. Предлагаемый полный набор обобщенных операций, позволяет строить квалитативные и производственно-квалитативные функции практически сколь угодно большой сложности на основе коэффициентов трудности достижения цели. Кроме того, результат введенных операций находится в той же шкале, что и аргументы, что позволяет описывать взаимодействие качественных показателей объектов, находящихся на разных иерархических уровнях, учитывать влияние качества исходных компонентов на качества результата, прогнозировать качество результата.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Азгальдов Г. Г.* О квалиметрии. / Г. Г. Азгальдов, Э. П. Райхман. – Изд-во стандартов, 1972. – 172 с.

2. *Бабунашвили М. К.* Контроль и управление в организационных системах / М. К. Бабунашвили, М. А. Бермант, И. Б. Руссман // Экономика и мат. методы. – 1969. – Т. 5, № 2. – С. 212–227.

3. *Ильенкова С. Д.* Управление качеством : учебник для вузов / С. Д. Ильенкова, Н. Д. Ильенкова, В. С. Мхитарян и др.; – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 334 с.

4. *Шадрин А. Д.* Менеджмент качества. От основ к практике / А. Д. Шадрин. – М. : ООО «НТК «Трек», 2005. – 360 с.

5. *Каплинский А. И.* Моделирование и алгоритмизация слабоформализованных задач выбора наилучших вариантов системы / А. И. Каплинский, И. Б. Руссман, В. М. Умывакин. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1990. – 168 с.

6. *Бабунашвили М. К.* Оперативное управление в организационных системах / М. А. Бермант, И. Б. Руссман // Экономика и математические методы. – 1971. – Т. 7. – № 3. – С. 480–492.

7. *Бермант М. А.* О проблеме оценки качества / М. А. Бермант, И. Б. Руссман // Экономика и математические методы. – 1978. – Т. 14. – № 4. – С. 691–699.

8. *Берколайко М. З.* Методы формирования и управления портфелем активов / И. Б. Руссман // Экономическая наука современной России. – 2004. – № 1–2. – С. 18–32.

9. *Пронин И. А.* Производственно-квалитативные функции: сущность, свойства и направления использования. / И.А. Пронин. – Сборник статей студентов и аспирантов факультета прикладной математики и механики. Выпуск 1. – 1997.

10. *ЧембарцевД. С.* Прикладной инструментарий выбора в условиях неопределенности сценариев развития региональных экономических систем : диссертация кандидата экономических наук : 08.00.13 / Д. С. Чембарцев. – Воронеж, 2007. – 211 с.

11. *Руссман И. Б.* Методы учета влияния качества ресурсов в моделях регионального развития / И. Б. Руссман, Д. С. Чембарцев // Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2006. – № 2.

12. *Баева Н. Б.* Двухуровневая модель удержания экономического объекта в режиме сбалансированного роста / Н. Б. Баева, Е. В. Куркин // Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2008. – № 1.

13. *Клейнер Г. Б.* Производственные функции: Теория, методы, применение / Г. Б. Клейнер. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 238 с.

14. *Руссман И. Б.* Комплексная оценка системы и оценки подсистем / И. Б. Руссман // Изв. АН СССР Сер. Техн. Кибернетика. – 1978. – № 2. – С. 201–204.

Баева Нина Борисовна – кандидат экономических наук, профессор кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета. Тел.: (473) 266-68-25

Куркин Евгений Владимирович – аспирант кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета. Тел.: +7 (908) 136-49-53, e-mail: zhenek@mail.com

Baeva Nina Borisovna – Ph.D., Professor. Voronezh State University. Department of Applied Mathematics, Mechanics and Informatics Mathematical Methods of Operations Research. Tel.: (473) 266-68-25

Kurkin Evgeny Vladimirovich – Post-graduate student. Voronezh State University. Department of Applied Mathematics, Mechanics and Informatics Mathematical Methods of Operations Research Tel.: +7(908) 136-49-53, e-mail: zhenek@mail.com