

СОГЛАСОВАНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК В ПРОЦЕДУРЕ ГРУППОВОГО ВЫБОРА

Т. М. Леденева, К. С. Погосян

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 26.11.2010 г.

Аннотация: В данной статье рассматривается задача принятия согласованного группового решения на основе экспертной информации, выраженной в виде лингвистического отношения предпочтения.

Ключевые слова: экспертные оценки, процедура группового выбора, лингвистические оценки.
Annotation: Problem making consensus group decision on the basis experts' information under linguistic preference relation is considered in this article.

Keyword: experts' opinions, procedure group decision making, linguistics opinions

ВВЕДЕНИЕ

Неотъемлемой характеристикой процессов принятия решений, управления, прогнозирования является *неопределенность*, уровень которой обуславливает степень структурированности задачи и влияет на выбор математического аппарата для получения решения. Интерпретация неопределенности может быть различной [1]. *Лингвистическая неопределенность* возникает в тех случаях, когда в процедуре оценивания участвуют эксперты, оперирующие конечным числом слов для описания характеристик объектов заданного множества. Если для оценки альтернативных вариантов решений привлекается группа экспертов, то возникает проблема получения согласованного группового решения. Для ее решения существует значительное число методов, ориентированных, прежде всего, на тип информации, получаемой от эксперта (количественные оценки, матрица парных сравнений, ранжирование и др.). Практически не разработаны подходы для случая, когда экспертные оценки являются лингвистическими – это обуславливает актуальность исследования.

В данной статье представлен алгоритм принятия согласованного группового решения, одной из особенностей которого является использование экспертами индивидуальных лингвистических шкал, мощность и семантика термов которых определяются компетентностью эксперта в данной проблемной области.

1. ЛИНГВИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Лингвистическая переменная задается кортежем

$$\langle \beta, Term, U, G, M \rangle,$$

где β – название переменной; $Term = \{t_k\}_{k=1,2,\dots}$ – терм-множество или множество значений переменной β , причем каждое из таких значений является нечеткой переменной t_k , заданной на универсальном множестве U числовой или нечисловой природы; G – синтаксическое правило, порождающее новые названия значений лингвистической переменной β ; M – семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной ее смысл, т.е. нечеткое подмножество универсального множества U .

Лингвистической шкалой S называется упорядоченное множество термов $S = \{S_i\}_{i=0,\dots,T}$, удовлетворяющих следующим условиям:

- 1) если $i < j$, то S_i предшествует S_j ($S_i \prec S_j$);
- 2) отрицание термина определяется правилом $Neg(S_i) = S_{T-i}$;
- 3) пусть $S_i \prec S_j$, тогда объединение (дизъюнкция, связка «или») термов определяется правилом $S_i \vee S_j = \max\{S_i, S_j\} = S_j$;
- 4) пусть $S_i \prec S_j$, тогда пересечение (конъюнкция, связка «и») термов определяется правилом $S_i \wedge S_j = \min\{S_i, S_j\} = S_i$.

То есть, упорядоченное множество $Term = \{t_k\}_{k=1,2,\dots}$ лингвистической переменной

образует лингвистическую шкалу для данной переменной.

Лингвистическая шкала – это инструмент эксперта, мощность которой определяет степень градации неопределенности. Она должна быть достаточно малой для избежания ненужной точности, но и достаточно большой, чтобы обеспечить необходимый уровень различения градаций шкалы экспертом.

Использование стандартных нечетких чисел позволяет унифицировать подход к построению лингвистической шкалы. Однако даже в этом случае возникают следующие проблемы:

1) в определении лингвистической переменной различают базовое терм-множество и расширенное терм-множество, которое формируется путем применения модификаторов к базовым термам, при этом проблема адекватности получаемых термов является открытой;

2) для разных контекстов функции принадлежности одного и того же термина могут быть разными;

3) семантика конкретного термина зависит не только от контекста, но и от набора значений соответствующей лингвистической переменной.

Таким образом, проблема построения лингвистической шкалы, которая наилучшим образом отражала бы нюансы описания реальных объектов в условиях неопределенности, является актуальной и важнейшей в рамках экспертного оценивания. Для решения проблемы выбора оптимального множества значений лингвистической переменной рассматривают следующие критерии оптимальности:

1) под оптимальным понимается такое терм-множество, используя которое эксперт испытывает минимальную неопределенность при описании свойств оцениваемого объекта;

2) если объект описывается группой экспертов, то под оптимальным понимается такое терм-множество, которое обеспечивает минимальную степень рассогласованности описаний [2].

Построение оптимальной лингвистической шкалы является существенной проблемой лингвистического подхода к оцениванию. Если такие шкалы все же построены, то следующая не менее серьезная проблема – их согласование. Поскольку при групповом оценивании каждый эксперт использует свою индивидуальную лингвистическую шкалу, то оценки являются не сопоставимыми, поэтому необходима унификация лингвистической информации, полученной

в процессе экспертного опроса. Этого можно достичь, если перейти к некоторой универсальной для всех экспертов шкале.

Для перехода из индивидуальной шкалы S^j в универсальную шкалу S^U используется функция трансформации $\tau_{S^j \rightarrow S^U}$, определяемая следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau_{S^j \rightarrow S^U} : S^j &\rightarrow F(S^U), \\ \tau_{S^j \rightarrow S^U}(S_i^j) &= \{(S_k^U / \alpha_k^i)\}_{k=\overline{0, N}}, \\ \alpha_k^i &= \max_y \min\{\mu_{S_i^j}(y), \mu_{S_k^U}(y)\}, \end{aligned}$$

где $\mu_{S_i^j}(y)$, $\mu_{S_k^U}(y)$ – функции принадлежности нечетких множеств, определяющих термины $S_i^j \in S^j$ и $S_k^U \in S^U$ соответственно, $F(S^U)$ – нечеткое подмножество универсальной лингвистической шкалы S^U .

В результате этой процедуры каждая экспертная оценка представляется нечетким подмножеством универсальной шкалы.

2. ПРОЦЕДУРА ДОСТИЖЕНИЯ КОНСЕНСУСА В ПРОЦЕДУРЕ ГРУППОВОГО ВЫБОРА

Рассмотрим задачу выбора лучшего объекта в следующей постановке. Пусть задано множество объектов $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, причем каждому объекту $x_i \in X$ соответствует степень важности $\mu_o(i) \in V$ ($\forall i = \overline{1, n}$), где $V = \{V_i\}_{i=\overline{0, M}}$ – лингвистическая шкала. Каждый объект оценивается группой экспертов $E = \{e_1, \dots, e_m\}$, причем для каждого эксперта $e_k \in E$ задается коэффициент компетентности $\mu_E(k) \in V$ ($\forall k = \overline{1, m}$). На множестве X каждый эксперт $e_k \in E$ формирует свое мнение в виде лингвистического отношения предпочтения $P^k \subset X \times X$ с функцией принадлежности $\mu_{P^k} : X \times X \rightarrow S$, где $S = \{S_l\}_{l=\overline{0, T}}$ – лингвистическая шкала, $\mu_{P^k}(x_i, x_j) = p_{ij}^k$ – степень, с которой объект x_i предпочитается объекту x_j k -ым экспертом.

Процесс достижения консенсуса рассматривается как динамический, целью которого является обеспечение согласованности, максимально приближенного к идеальному случаю, т.е. полному согласию. Для управления процессом требуется анализатор экспертных оценок, который обрабатывает всю поступающую в него информацию и принимает решение о достижении консенсуса или дает рекомендации экспертам для получения новых оценок. Процесс повторяется, пока не будет достигнут консенсус. При оценке согласованности группового реше-

ния предлагается определить *сбалансированность* группы экспертов.

Процедура согласования включает в себя три вычислительных этапа:

Этап 1. Определение лингвистической степени согласованности в группе экспертов;

Этап 2. Определение лингвистической степени близости оценок k -ого эксперта относительно оценок остальных экспертов;

Этап 3. Определение сбалансированности экспертной группы в случае, если консенсус не был достигнут.

Для определения групповых коэффициентов согласия вычисляются две основные величины:

Лингвистическая степень согласованности позволяет определить текущий уровень консенсуса в группе экспертов и включает следующие составляющие:

- лингвистическую степень согласованности в группе экспертов относительно пары объектов (x_i, x_j) . Измеряет обобщенную степень согласованности экспертных суждений относительно пары объектов (x_i, x_j) ;

- лингвистическую степень согласованности в группе экспертов относительно объекта x_i . Позволяет оценить согласованность относительно объекта x_i , учитывая все пары, где данный объект представлен;

- лингвистическую степень согласованности в группе экспертов относительно множества объектов X . Формируется для отношений предпочтений экспертов P^k и определяет текущее значение консенсуса на множестве X .

Лингвистическая степень близости позволяет определить согласованность между оценками предпочтения каждого отдельного эксперта и предпочтениями остальных экспертов. Лингвистическая степень близости включает:

- лингвистическую степень близости относительно пары объектов (x_i, x_j) , которая определяется как степень согласованности между оценками предпочтения k -ого эксперта относительно данной пары и оценками предпочтений остальных экспертов относительно той же пары объектов;

- лингвистическую степень близости относительно данного объекта x_i , которая определяется как степень согласованности между оценками предпочтения, полученных от k -ого эксперта и оценками предпочтений остальных экспертов относительно подмножества пар объектов, где данный объект представлен;

- лингвистическую степень близости относительно множества объектов X , которая определяется как степень согласованности между оценками предпочтения, полученных от k -ого эксперта и оценками предпочтений остальных экспертов относительно множества всех пар объектов, т.е. на отношениях предпочтений.

Для выбора лучшего объекта предлагается алгоритм, особенностью которого является использование операторов агрегирования LOWA [1], позволяющих получать обобщенные оценки в той же лингвистической шкале, в которой заданы индивидуальные экспертные оценки. Данные порядковые операторы используют кванторы для формирования весовых коэффициентов основанных на принципе *нечеткого большинства* [1,4].

Лингвистический OWA-оператор (LOWA-оператор) $\Phi_W(A)$ определяется в виде

$$\Phi_W(A) = C^n \left\{ (w_k, b_k), k = \overline{1, n} \right\} = w_1 \otimes b_1 \oplus (1 - w_1) \otimes C^{n-1} \left\{ (\beta_h, b_h), h = \overline{2, n} \right\},$$

где $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ – вектор весов, такой что $w_i \in [0, 1]$ и выполняется условие нормировки $\sum_{i=1}^n w_i = 1$; B – вектор, полученный из A упорядочением по невозрастанию лингвистических

термов; $\beta_h = \frac{w_h}{\sum_{k=2}^n w_k} (h = \overline{2, n})$; $C^n (C^{n-1})$ – выпуклая комбинация $n (n - 1)$ термов.

При $n = 2$

$$C^2 \left\{ (w_i, b_i), i = 1, 2 \right\} = w_1 \otimes S_i \oplus w_2 \otimes S_j = S_k,$$

где $S_1, S_j \in S (j \geq i)$, $b_1 = S_j$, $b_2 = S_i$, $k = \min \{ T, i + \text{round}(w_1 \cdot (j - i)) \}$.

Если $w_j = 1$ и $w_k = 0$ при всех $k \neq j$, то

$$\Phi_W(A) = C^n \left\{ (w_k, b_k), k = \overline{1, n} \right\} = b_j.$$

Алгоритм согласования экспертных оценок в процедуре группового выбора на основе лингвистических отношений предпочтений:

Шаг 1. Определить нечеткое множество C_{ij} совпадений оценок пар объектов (x_i, x_j) , ($i \neq j$) для каждой пары экспертов $e_{kl} = (e_k, e_l)$ ($\forall k = \overline{1, m-1}, l = k+1, m$) по правилу

$$C_{ij} = \{ (e_{kl}, \mu_{C_{ij}}(e_{kl})) \},$$

где функция принадлежности $\mu_{C_{ij}}(e_{kl}) = \text{Neg}(d(p_{ij}^k, p_{ij}^l))$ – характеризует степень

совпадения мнений экспертов e_k и e_l на парах объектов; d – символизирует степень близости суждений, $d : S \times S \rightarrow V$.

Для нахождения меры близости d используется заранее заданная таблица близости $\Omega : S \times S \rightarrow V$, соответствующая экспертным ощущениям, при этом, если $p_{ij}^k = S_t$ и $p_{ij}^l = S_v$, тогда $d(p_{ij}^k, p_{ij}^l) = \Omega(S_t, S_v)$, $\Omega(S_t, S_v) \in V$, $t, v \in \{0, \dots, T\}$.

Шаг 2. Определить лингвистические степени согласованности пар объектов PC_{ij} ($\forall i, j = \overline{1, n}, k = \overline{1, m}$) в виде

$$PC_{ij} = \phi_{Q^1}(LC^{\rightarrow}(\mu_{C_{ij}}(e_{kl}), r_{kl}), k = \overline{1, m-1}, l = \overline{k+1, m}),$$

где r_{kl} – средняя степень важности суждений экспертной пары e_{kl} ; $r_{kl} = \phi(\mu_E(k), \mu_E(l))$ – LOWA-оператора; LC^{\rightarrow} – лингвистические конъюнкции; ϕ_{Q^1} – LOWA-оператор, Q^1 – лингвистический квантор нечеткого большинства экспертов.

Шаг 3. Определить лингвистические степени близости относительно пар объектов PP_{ij}^k ($\forall i, j = \overline{1, n}, k = \overline{1, m}$) в виде

$$PP_{ij}^k = \phi_{Q^1}(LC^{\rightarrow}(\mu_{C_{ij}}(e_{kl}), \mu_E(l)), l = \overline{1, m}, l \neq k),$$

при этом если $\mu_{C_{ij}}(e_{kl}) \notin C_{ij}$, то $\mu_{C_{ij}}(e_{kl}) = \mu_{C_{ij}}(e_{lk})$.

Шаг 4. Определить нечеткое множество C_i совпадений объектов x_i ($\forall i = \overline{1, n}$) для каждой пары экспертов $e_{kl} = (e_k, e_l)$ ($\forall k = \overline{1, m-1}, l = \overline{k+1, m}$) по правилу

$$C_i = \{(e_{kl}, \mu_{C_i}(e_{kl}))\},$$

где функция принадлежности определяется выражением

$$\mu_{C_i} = \phi_{Q^2}(LC^{\rightarrow}(\mu_{C_{ij}}(e_{kl}), r'_{ij}), LC^{\rightarrow}(\mu_{C_{ji}}(e_{kl}), r'_{ij})), j \neq i, j = \overline{1, n}),$$

где r'_{ij} – средняя степень значимости совпадения пар объектов (x_i, x_j) ; $r'_{ij} = \phi(\mu_O(i), \mu_O(j))$ – LOWA-оператора, Q^2 – лингвистический квантор нечеткого большинства объектов.

Шаг 5. Определить лингвистические степени согласованности объектов AC_i ($\forall i = \overline{1, n}$) в виде

$$AC_i = \phi_{Q^1}(LC^{\rightarrow}(\mu_{C_i}(e_{kl}), r_{kl}), k = \overline{1, m-1}, l = \overline{k+1, m}).$$

Шаг 6. Определить лингвистические степени близости относительно объектов AP_i^k ($\forall i, j = \overline{1, n}, k = \overline{1, m}$) в виде

$$AP_i^k = \phi_{Q^1}(LC^{\rightarrow}(\mu_{C_i}(e_{kl}), \mu_E(l)), l = \overline{1, m}, l \neq k),$$

при этом, если $\mu_{C_i}(e_{kl}) \notin C_i$, то $\mu_{C_i}(e_{kl}) = \mu_{C_i}(e_{lk})$.

Шаг 7. Определить нечеткое множество C совпадений отношений предпочтения для каждой пары экспертов $e_{kl} = (e_k, e_l)$ ($\forall k = \overline{1, m-1}, l = \overline{k+1, m}$) по правилу

$$C = \{(e_{kl}, \mu_C(e_{kl}))\},$$

где функция принадлежности $\mu_C(e_{kl}) = \phi_{Q^2}(LC^{\rightarrow}(\mu_{C_i}(e_{kl}), \mu_R(i))), i = \overline{1, n}$.

Шаг 8. Определить лингвистические степени согласованности множества объектов RC в виде

$$RC = \phi_{Q^1}(LC^{\rightarrow}(\mu_C(e_{kl}), r_{kl}), k = \overline{1, m-1}, l = \overline{k+1, m}).$$

Шаг 9. Определить лингвистические степени близости относительно множества объектов RP^k ($\forall k = \overline{1, m}$) в виде

$$RP^k = \phi_{Q^1}(LC^{\rightarrow}(\mu_C(e_{kl}), \mu_E(l)), l = \overline{1, m}, l \neq k),$$

при этом если $\mu_C(e_{kl}) \notin C$, то $\mu_C(e_{kl}) = \mu_C(e_{lk})$ [4].

Будем считать экспертную группу «сбалансированной», если она обладает способностью хорошо выполнять задание, хорошо работать совместно и т.д. Для представления группы экспертов предлагается использовать знаковый граф [3]. Экспертная группа считается сбалансированной, если соответствующий ей знаковый граф сбалансирован. В соответствии с критерием Харари знаковый граф сбалансирован тогда и только тогда, когда его вершины можно разбить на два класса, так что каждое ребро внутри класса имеет знак плюс и каждое ребро между двумя классами имеет знак минус.

Алгоритм определения сбалансированности экспертной группы

1. Представить экспертов $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ в виде вершин знакового графа и провести ребра от каждой вершины ко всем остальным.

2. Определить расстояние $\rho_{kl} = \rho(RP^k, RP^l)$ между лингвистическими степенями близости относительно множества объектов эксперта e_k и эксперта e_l ($\forall k = \overline{1, m}, l = \overline{1, m}, k \neq l$). Расстояние $\rho : V \times V \rightarrow V$ находится по правилу $\rho(V_i, V_j) = V_k, k = |j - i|$. Вычисленные расстояния представляются в виде матрицы $MR = \{\rho_{kl}\}_{l=1, \dots, m}^{k=1, \dots, m}$, которая является симметричной, а элементы на главной диагонали не вычисляются, т.е. $\rho_{kk} = ' - ' \forall k = 1, \dots, m$.

3. Необходимо задать порог допустимого

отклонения экспертных суждений $Porog = V_i \in V$:

- если расстояние $\rho_{kl} < Porog$, то есть $\rho(RP^k, RP^l) = V_j < V_i$, то к ребру, проведенному от эксперта e_k к эксперту e_l , добавляется знак плюс (+), что означает согласованность суждений экспертов e_k и e_l ;

- если расстояние $\rho_{kl} \geq Porog$ – добавляется знак минус (-), что означает несогласованность суждений экспертов e_k и e_l .

4. На основе построенного знакового графа определить сбалансированность экспертной группы с помощью критерия Харари.

Алгоритм согласования экспертных суждений положен в основу компьютерной программы, предназначенной для анализа процесса принятия группового решения (рис. 4).

Пример 1. Пусть для оценивания объектов используется лингвистическая шкала $S = \{S_0 = MI, S_1 = VL, S_2 = L, S_3 = M, S_4 = MU, S_5 = VM, S_6 = MA\}$, а для оценки компетентности экспертов используется лингвистическая шкала $V = \{V_0 = N, V_1 = EL, V_2 = VL, V_3 = L, V_4 = M, V_5 = H, V_6 = VH, V_7 = EH, V_8 = P\}$.

Пусть лингвистические отношения предпочтения пятерых экспертов на множестве объектов представлены в виде

$$P_1 = \begin{bmatrix} - & VM & VL & M \\ VL & - & MI & VL \\ VM & MA & - & VM \\ M & VM & VL & - \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} - & VM & VL & M \\ VL & - & L & VL \\ VM & MU & - & VM \\ M & VM & VL & - \end{bmatrix},$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} - & M & VM & M \\ M & - & MU & M \\ VL & L & - & VL \\ M & M & VM & - \end{bmatrix},$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} - & VM & L & M \\ VL & - & L & VL \\ MU & MU & - & MU \\ M & VM & L & - \end{bmatrix},$$

$$P_5 = \begin{bmatrix} - & VM & VM & M \\ VL & - & MU & L \\ VL & L & - & L \\ M & MU & MU & - \end{bmatrix}.$$

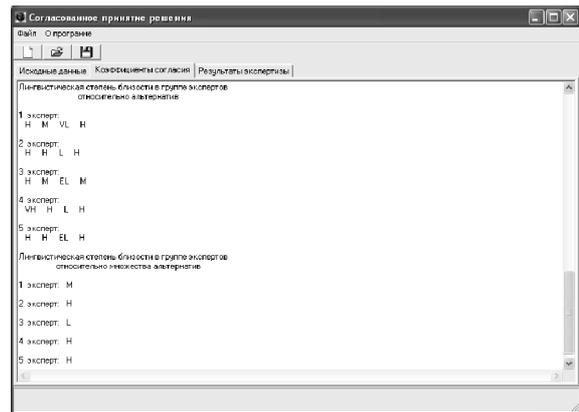
Для каждого объекта задана лингвистическая степень важности:

$$\begin{aligned} \mu_o(1) &= EH, \\ \mu_o(2) &= H, \\ \mu_o(3) &= VH, \\ \mu_o(4) &= M. \end{aligned}$$

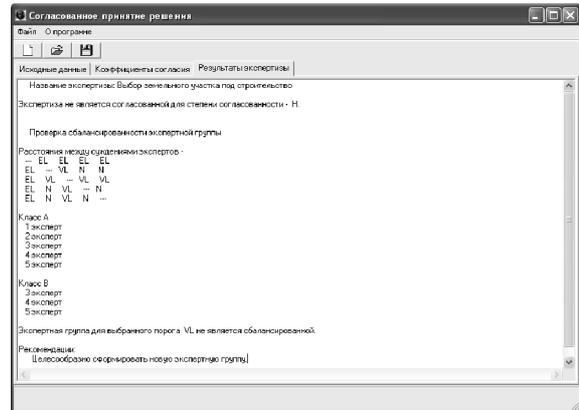
Для каждого эксперта степень их компетентности определяется в виде

$$\begin{aligned} \mu_e(1) &= EH, \\ \mu_e(2) &= VH, \\ \mu_e(3) &= H, \\ \mu_e(4) &= H, \\ \mu_e(5) &= VH. \end{aligned}$$

В результате работы программы были получены групповые коэффициенты согласия (рис. 1, а) и рекомендации для экспертов (рис. 1, б).



(а)



(б)

Рис. 1. Результат работы программы

Пример 2. Рассмотрим алгоритм определения сбалансированности экспертной группы

для примера 1. В данном примере получены следующие лингвистические степени близости относительно множества объектов:

$$\left\{ \begin{aligned} RC^1 &= M, RC^2 = H, \\ RC^3 &= L, RC^4 = H, RC^5 = H \end{aligned} \right\}.$$

Вычислим расстояние между лингвистическими степенями близости и представим их в виде матрицы:

$$MR = \begin{bmatrix} - & EL & EL & EL & EL \\ EL & - & VL & N & N \\ EL & VL & - & VL & VL \\ EL & N & VL & - & N \\ EL & N & VL & N & - \end{bmatrix}.$$

Определим порог согласованности $Porog = VL$. Для выбранного порога получается знаковый граф, представленный на рис. 2.

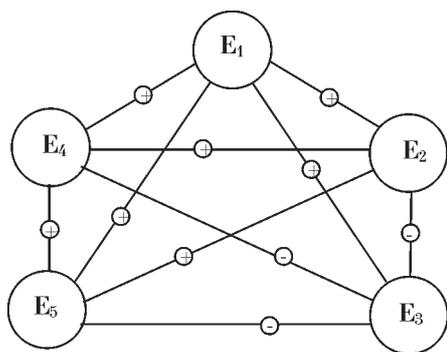


Рис. 2. Знаковый граф для порога VL

Разобьем вершины знакового графа на 2 класса так, чтобы каждое ребро внутри класса

Леденева Т. М. – доктор тех. наук, профессор, кафедра математических методов исследования операций Воронежского государственного университета.

Погосян К. С. – соискатель, ассистент кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета.

имело знак плюс, а каждое ребро между двумя классами имело знак минус: класс $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, класс $B = \{3, 4, 5\}$. Для выбранного порога получаем несбалансированную экспертную группу.

Заметим, что если экспертная группа не является сбалансированной, то, определив, как велико нарушение сбалансированности, можно использовать методы, предложенные в [3], и добиться сбалансированности или принять организационные решения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование лингвистических шкал позволяет представить экспертную информацию в простой и удобной форме, а наличие большого количества результатов, получаемых на каждом этапе разработанного алгоритма, дает возможность анализировать, контролировать и управлять процедурой достижения консенсуса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леденева Т. М. Обработка нечеткой информации / Т. М. Леденева – Воронеж: Изд-во Воронежский государственный университет, 2006. – 233 с.
2. Рыжов А. П. Элементы теории нечетких множеств и ее приложений / А. П. Рыжов – Москва: «Диалог – МГУ», 2003. – 81 с.
3. Робертс Ф. С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам / Ф. С. Робертс – М.: Наука, 1986. – 496 с.
4. Herrera F., Herrera-Viedma E., Verdegay J. L. Linguistic Measures Based on Fuzzy Coincidence for Reaching Consensus in Group Decision Making / F. Herrera, E. Herrera-Viedma, J. L. Verdegay // International Journal of Approximate Reasoning, 1996. – № 2.

Ledenyova T. M. – Doctor of Technical Sciences, Professor, the dept. of the Mathematical Methods of Operation Research, Voronezh State University.

Pogosyan K. S. – Post-graduate student, Assistant of the dept. of the Mathematical Methods of Operation Research, Voronezh State University.