УДК 519.688

# ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ПОСТРОЕНИЯ МОДАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ПО ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ В СЛУЧАЕ НАЛИЧИЯ ЗАДАЮЩЕГО И ВОЗМУЩАЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

**Г. И. Лозгачев, М. М. Безрядин**

*Воронежский государственный университет*

**Поступила в редакцию 04.11.2010 г.**

**Аннотация:** Рассмотрена программная реализация метода построения модальных регуляторов по передаточной функции замкнутой системы. Программная реализация позволяет задавать передаточные функции в параметрическом виде и получать параметрические семейства регуляторов.
**Ключевые слова:** алгоритмы, построение модальных регуляторов
**Annotation:** Program realization of a method of construction of modal regulators on transfer function of the closed system is considered. Program realization allows to set transfer functions in a parametrical kind and to receive parametrical families of regulators.
**Keywords:** algorithms, construction of modal regulators

## ВВЕДЕНИЕ

Вопрос автоматизации процесса построения регуляторов достаточно актуальный, поскольку его решение позволяет возложить вычислительные задачи на компьютерную технику, освободив тем самым человека от рутинных операций, что позволяет минимизировать вероятность возникновения ошибок вычисления.

В данной статье рассматривается программная реализация метода предложенного в [1] – синтеза модального регулятора по передаточной функции замкнутой системы. Стоит отметить, что данный метод достаточно прост и нагляден, что позволяет эффективно реализовать его, используя вычислительную технику.

Использование компьютерной реализации данного метода позволяет строить регуляторы высоких порядков в общем виде, что достаточно сложно при ручном расчете.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В [1, 3] описаны методы, позволяющие строить регулятор по передаточной функции замкнутой системы учитывая задающее воздействие. Данная работа является их развитием в плане алгоритмизации метода, а также метод расширяется на случай наличия внешнего возмущающего воздействия.



Рассмотрим замкнутую систему автоматического управления, изображенную на рис. 1.

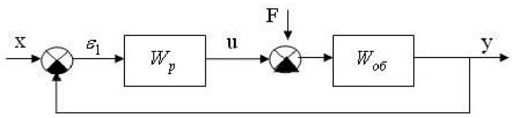


*Рис. 1.* Схема замкнутой системы автоматического управления

Пусть задана передаточная функция объекта

$$W_{об} = \frac{P_1}{P_2},$$

где $P_1$ и $P_2$ полиномы степени $m$ и $n$ соответственно. Условие физической реализуемости накладывает ограничение на степени полиномов $m \le n$

Передаточная функция внешнего воздействия

$$X = \frac{R_1}{R_2},$$

где $R_1$ и $R_2$ полиномы степени $q$ и $r$.

Передаточная функция внешнего возмущения задана в виде

$$F = \frac{G_1}{G_2},$$

где $G_1$ и $G_2$ полиномы степени $g_1$ и $g_2$

Пусть задана передаточная функция замкнутой системы в виде частного двух полиномов $Q_1$ и $Q_2$

$$W_{\text{з.с.}} = \frac{Q_1}{Q_2},$$

где $Q_1$ и $Q_2$ полиномы степени $l \le k$

Для нахождения регулятора необходимо, чтобы выполнялось ограничение на степень полинома $Q_1$:

$$k \ge (2n-1) + r + g_2.$$

Полином $Q_2$ будем считать желаемым полиномом.

Введем в рассмотрение полиномы $N_1, L_1$, $N_{\text{ост}}, L_{\text{ост}}, T_1, T_{\text{ост}}, S_1, S_{\text{ост}}$

$$\frac{Q_2 - Q_1}{P_2} = N_1 + \frac{N_{\text{ост}}}{P_2} \qquad (1.4)$$

$$\frac{Q_1}{P_1} = L_1 + \frac{L_{\text{ост}}}{P_1} \qquad (1.5)$$

$$\frac{Q_2 - Q_1}{R_2} = T_1 + \frac{T_{\text{ост}}}{R_2} \qquad (1.6)$$

$$\frac{N_1}{G_2} = S_1 + \frac{S_{\text{ост}}}{G_2} \qquad (1.7)$$

В работах [1, 2, 3] показано, что если исходная система является управляемой, то всегда найдутся коэффициенты полинома $Q_1$ при которых полиномы $Q_2 - Q_1$ и $Q_1$ делятся на полиномы $P_2$ и $P_1$ без остатка. Аналогично можно показать, что найдутся коэффициенты, что будет выполняться более строгое условие, и полином $N_1$ будет делиться на полином $G_2$ без остатка. При этом передаточная функция регулятора будет иметь вид.

$$W_p = \frac{L_1}{N_1}. \qquad (1.8)$$

## 2. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ И ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Пусть

$$P_1 = \sum_{i=0}^{m} a_i p^{m-i}, \qquad (2.1)$$

$$P_2 = \sum_{i=0}^{n} b_i p^{n-i}, \qquad (2.2)$$

$$Q_2 = \sum_{i=0}^{k} c_i p^{k-i}, \qquad (2.3)$$

$$R_1 = \sum_{i=0}^{q} g_i p^{q-i}, \qquad (2.4)$$

$$R_2 = \sum_{i=0}^{r} f_i p^{r-i}, \qquad (2.5)$$

$$G_1 = \sum_{i=0}^{g_1} v_i p^{g_1-i}, \qquad (2.4)$$

$$G_2 = \sum_{i=0}^{g_2} h_i p^{g_2-i}. \qquad (2.5)$$

причем $Q_2$ – желаемый полином.

Зададим полином $Q_1$ как

$$Q_1 = \sum_{i=0}^{l} d_i p^{l-i}. \qquad (2.6)$$

Для построения регулятора необходимо найти неизвестные коэффициенты полинома $Q_1$, которые будут обеспечивать делимость полиномов $Q_2 - Q_1$ и $Q_1$ на соответственно полиномы $P_2$ и $P_1$, полинома $Q_2 - Q_1$ на $R_2$, а также полинома $N_1$ на $G_2$.

Для нахождения коэффициентов полинома $Q_1$ прежде всего получим значение полиномов $N_{\text{ост}}, L_{\text{ост}}$ и $T_{\text{ост}}$, как остатки от деления соответственно полиномов $Q_2 - Q_1$ и $Q_1$ на полиномы $P_2$ и $P_1$, а также полинома $Q_2 - Q_1$ на $R_2$

Для выполнения условия деления без остатка необходимо, чтобы эти полином были равны 0. Для этого необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты этих полиномов были равны 0.

Учитывая, что коэффициенты являются линейной комбинацией коэффициентов полинома $Q_1$, то получаем систему уравнений относительно коэффициентов полинома $Q_1$.

Степени полиномов $N_{\text{ост}}, L_{\text{ост}}$ и $T_{\text{ост}}$ в общем случае равны

$$\deg(N_{\text{ост}}) = n - 1;$$
$$\deg(L_{\text{ост}}) = m - 1;$$
$$\deg(T_{\text{ост}}) = r - 1.$$

Таким образом, эти полиномы имеют соответственно $n$, $m$ и $r$ коэффициентов. Следовательно, система в общем случае будет состоять из $m + n + r$ уравнений.

Решая данную систему, получаем значения $m + n + r$ коэффициентов полинома $Q_1$. Подставляя найденные коэффициенты в (1.4) можно получить полином $N_1$ .

Стоит отметить, что на данном этапе выполнения алгоритма часть коэффициентов полинома $Q_1$ еще не определена, и они остаются в виде параметров. Коэффициенты полинома $N_1$ являются линейной комбинацией этих неизвестных коэффициентов полинома $Q_1$.

Подставляя полученный полином $N_1$ в (1.7) можно получить значение полинома $S_{ост}$ коэффициенты которого также являются линейной комбинацией коэффициентов полинома $Q_1$. Приравнивая коэффициенты полинома $S_{ост}$ к нулю, получаем систему уравнений относительно оставшихся коэффициентов полинома $Q_1$.

Степень полинома $\deg(S_{ост}) = g_2 - 1$, и, таким образом он содержит $g_2$ коэффициентов.

Таким образом, для того, чтобы системы уравнений были разрешимы необходимо, чтобы количество неизвестных коэффициентов полинома $Q_1$ было больше либо равно $m + n + r + g_2$ или степень полинома $\deg(Q_1) \geq m + n + r + g_2 - 1$. Поскольку в общем случае мы можем считать, что $\deg(Q_1) = \deg(Q_2)$, и учитывая, что $n \geq m$, то получаем ограничение на степень полинома $\deg(Q_1) \geq (2n - 1) + r + g_2 - 1$

Основной проблемой возникающей при выборе средств реализации является поддержка символьных вычислений у используемой платформы. В качестве платформы для реализации данного модуля авторами статьи был выбран пакет Mathematica 4.1.

Используя скриптовый язык Mathematica 4.1., был разработан модуль, который позволяет в автоматическом режиме рассчитывать регулятор.

Для выполнения программы необходимо задать полиномы $P_1$, $P_2$, $Q_2$, $R_1$, $R_2$, $G_1$ и $G_2$. После этого программа осуществляет проверку на соответствие степеней полиномов. Если степени полиномов не удовлетворяют необходимым условиям, то программа прекращает выполнение и выдает сообщение об ошибке.

Далее модуль рассчитывает значение неизвестных коэффициентов полинома $Q_1$, используя алгоритм, приведенный выше.

Следует отметить, что используя данный модуль, можно задавать передаточные функции объекта, внешнего воздействия и замкнутой системы в параметрическом виде, получая параметрические семейства регуляторов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данной работы была разработана программная реализация алгоритма построения модального регулятора по функции замкнутой системы. Авторами данной работы было получено авторское свидетельство на данную программную реализацию.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Лозгачев Г.И.* Синтез модальных регуляторов по передаточной функции замкнутой системы / Г. И. Лозгачев // АиТ. 1995. №5. С. 49–55.

2. *Лозгачев Г.И.* Построение модальных регуляторов для одноконтурных и многосвязных систем / Г. И. Лозгачев // АиТ. 2000 №12. С. 15–21

3. *Лозгачев Г.И.* Построение модальных робастных регуляторов по передаточной функции замкнутой системы / Г. И. Лозгачев, Л. А. Тютюнникова // Известия РАН. теория и системы управления 2006 № 4. С. 5–8.

**Лозгачев Геннадий Иванович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Технической Кибернетики и Автоматического Регулирования факультета ПММ ВГУ. Тел.: (4732) 20-87-15.

**Безрядин Михаил Михайлович** – аспирант кафедры Технической Кибернетики и Автоматического Регулирования факультета ПММ ВГУ. Тел.: (4732) 20-87-15. E-mail: Maickel@Yandex.ru

**Lozgachev Gennadiy I.** – Doctor of engineering sciences, Full professor, Head of the Department of technical cybernetics and automatic control, the Faculty of applied mathematics, information science, and mechanics, the Voronezh State University, tel: (4732) 20-87-15.

**Bezryadin Mikhail M.** – Post-graduate student, the Department of tech nical cybernetics and automatic control, the Faculty of applied mathematics, in formation science, and mechanics, the Voronezh State University, tel: (4732)20-87-15.