УДК 62-50

ЧАСТОТНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА КОНЕЧНОМЕРНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ*

А. В. Дылевский, Г. И. Лозгачев, В. С. Малютина

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 09.10.2009

Аннотация. Предложен новый частотный метод синтеза конечномерного модального регулятора для бесконечномерного объекта с распределенным запаздыванием. Для синтеза регулятора применяется метод синтеза модальных систем управления. Конечномерный регулятор получается с помощью аппроксимации модального регулятора с запаздыванием отрезком ряда Тейлора.

Ключевые слова: конечномерный регулятор, объект с распределенным запаздыванием, модальное управление, аппроксимация.

Abstract. A new frequency method is proposed to construct a finite-dimensional modal controller for an infinite-dimensional plant with distributed time-delay. The controller is obtained by using a method to synthesis of modal control systems. The finite-dimensional controller makes use of the Taylor series of the modal time-delay controller.

Keywords: finite-dimensional controller, plant with distributed time-delay, modal control, approximation.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи управления объектами с распределенным запаздыванием привлекают все большее внимание специалистов в области теории автоматического управления [1, 2, 3, 4]. Это объясняется тем, что в большинстве производственных процессов имеются запаздывания, которыми нельзя пренебречь. Проблема синтеза управляющих систем для объектов с запаздыванием на основе частотных методов является одной из основных задач теории управления распределенными системами. Это объясняется, во-первых, разнообразием и широким классом объектов с распределенным запаздыванием, во-вторых, сложностью управления такими объектами и тяжелыми последствиями из-за ошибок управления, и, в-третьих, отсутствием методической основы решения задач синтеза управляющих систем для объектов с распределенным запаздыванием в частотной области.

Рассмотрим основные методы решения задачи синтеза регуляторов для объектов с запаздыванием. Первый подход связан с идеей компенсации запаздывания в объекте путем введения компенсирующей обратной связи. К регуляторам такого типа относятся регуляторы Смита, Ресвика и их модификации [5, 6]. Основной недостаток этих регуляторов, помимо трудностей с практической реализацией элемента запаздывания в компенсирующей обратной связи, состоит в том, что система регулирования является работоспособной только для устойчивых объектов с нулевыми начальными условиями. Для нейтральных и неустойчивых объектов при ненулевых начальных условиях система становится неработоспособной [7]. При этом анализ качества системы с регулятором Смита показал [5], что в некоторых случаях вместо регулятора Смита можно использовать типовые регуляторы непрерывного действия, например ПИД-регулятор. Эти результаты приводят к выводу, что объектом с запаздыванием можно управлять с помощью конечномерного регулятора, описываемого дробно-рациональной передаточной функцией. В частности, метод синтеза регуляторов по передаточной функции замкнутой системы [7, 8, 9] позволяет синтезировать как регулятор Смита с компенсацией запаздывания, так и конечномерные модальные регуляторы, обеспечивающие не только устой-

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 07-07-00007-а).

чивость системы, но и требуемые показатели качества переходного процесса.

Второй подход основан на синтезе адаптивных регуляторов для объектов с запаздыванием [10, 11, 12]. Временные затраты на идентификацию параметров объекта и последующую настройку коэффициентов регулятора являются существенным препятствием для широкого практического применения адаптивных алгоритмов управления. Более эффективным подходом к управлению объектами с запаздыванием является синтез робастных регуляторов [13, 14, 15, 16]. При таком подходе объект управления представляется в виде некоторого объекта, имеющего с исходным равное число нейтральных и правых полюсов и к которому приложены параметрические возмущения.

Следующий простейший и достаточно широко распространенный на практике путь решения задач синтеза систем автоматического управления объектами с запаздыванием связан с изначальным приближенным представлением объекта известными методами «подходящей» моделью объекта с сосредоточенными параметрами и последующим применением хорошо разработанного аппарата теории управления сосредоточенными системами. К недостаткам такого подхода относятся, прежде всего, возможная потеря сущностных физических свойств объекта управления, порождаемых пространственной распределенностью параметров, а также ряд проблем технического характера, таких, как высокая размерность вектора переменных состояния сосредоточенной модели, неустойчивость процесса аппроксимации относительно погрешностей промежуточных вычислений и др.

Вообще говоря, синтез конечномерных регуляторов по аппроксимирующим моделям для объектов с запаздыванием может привести к неверным результатам, если синтез осуществлять основываясь только на точности аппроксимации, не учитывая специфики объекта с запаздыванием. Например, для исходного объекта с запаздыванием

$$W(p) = \frac{\exp(-4p)}{p-1}$$

ни ПД-, ни ПИД-регуляторов не существует. Однако для аппроксимирующей модели

$$\tilde{W}(p) = \frac{-2p+1}{(2p+1)(p-1)},$$

построенной с помощью дроби Паде порядка [1/1]

$$\tilde{W}_0(p) = \frac{-2p+1}{2p+1},$$

существуют конечномерные ПД- и ПИД-регуляторы. Поэтому применение аппроксимации для синтеза регулятора не гарантирует существование конечномерного регулятора, обеспечивающего устойчивость замкнутой системы для объекта с запаздыванием.

Таким образом, разработка эффективных методов синтеза конечномерных регуляторов для объектов с распределенным запаздыванием, допускающих простую техническую реализацию, позволит решить актуальную проблему теории распределенных систем, связанную с автоматическим управлением объектами с распределенным запаздыванием. В данной статье рассматривается частотный метод построения конечномерного регулятора для бесконечномерного объекта с распределенным запаздыванием. Предлагаемый подход основан на методе синтеза модальных регуляторов и может быть обобщен на более широкий класс объектов с распределенными параметрами.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Обозначим через $\mathbb{R}_n$ множество алгебраических многочленов степени n над полем действительных чисел.

Рассмотрим объект с распределенным запаздыванием

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} e^{\varphi(p)}, \tag{1}$$

где $A(p) \in \mathbb{R}_m$, $B(p) \in \mathbb{R}_l$, $m \geq l$; $\varphi(p)$ — некоторая аналитическая в комплексной плоскости функция. Очевидно, что при $\varphi(p) = -\tau p$, $\tau \geq 0$, имеем объект с чистым запаздыванием.

Для заданного объекта (1) требуется найти передаточную функцию реализуемого регулятора

$$V(p) = \frac{S(p)}{R(p)}, \quad S(p) \in \mathbb{R}_s, \quad R(p) \in \mathbb{R}_r, \quad s \leq r < +\infty, \tag{2}$$

обеспечивающего устойчивость замкнутой системы управления, структурная схема которой представлена на рис. 1.

Таким образом, сформулированная выше задача сводится к проблеме синтеза конечномерного регулятора для бесконечномерного

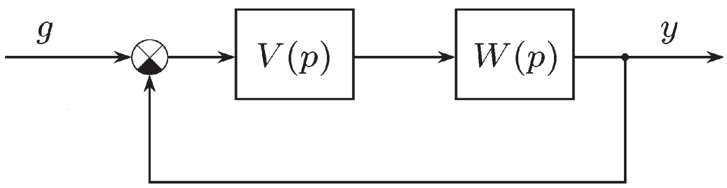

Рис. 1.

объекта, которым является объект с распределенным запаздыванием.

СИНТЕЗ КОНЕЧНОМЕРНЫХ МОДАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ

Для решения поставленной задачи построим регулятор с передаточной функцией

$$V_0(p) = \frac{S_0(p)}{R_0(p)} e^{-\varphi(p)}. \qquad (3)$$

Здесь $S_0(p)$ и $R_0(p)$ — неизвестные алгебраические многочлены. Для нахождения этих многочленов определим передаточную функцию $\mathbf{\Phi}_0(p)$ замкнутой системы управления с объектом $W(p)$ и модальным регулятором $V_0(p)$. Очевидно, что

$$\mathbf{\Phi}_0(p) = \frac{V_0(p)W(p)}{1 + V_0(p)W(p)} = \frac{B(p)S_0(p)}{B(p)S_0(p) + A(p)R_0(p)}, \qquad (4)$$

В [8, 9] показано, что для произвольного заданного характеристического многочлена $D(p)$ замкнутой системы управления с передаточной функцией $\mathbf{\Phi}_0(p)$ искомые многочлены $S_0(p)$ и $R_0(p)$ могут быть найдены из полиномиального уравнения

$$B(p)S_0(p) + A(p)R_0(p) = D(p). \qquad (5)$$

Условия разрешимости этого уравнения задаются следующей теоремой [8, 9].

Теорема 1. *Если многочлены $A(p) \in \mathbb{R}_m$ и $B(p) \in \mathbb{R}_l$ взаимно простые, то для любого полинома $D(p) \in \mathbb{R}_n$, $n \ge m + l$, существует единственная пара многочленов $S_0(p) \in \mathbb{R}_{m-1}$ и $R_0(p) \in \mathbb{R}_{n-m}$, являющаяся решением полиномиального уравнения (5).*

Многочлен $R_0(p)$ может быть найден по формуле

$$R_0(p) = \frac{D(p) - B(p)S_0(p)}{A(p)}. \qquad (6)$$

Далее исследуем вопрос о физической реализуемости синтезированного модального регулятора. Имеет место следующая теорема [8, 9].

Теорема 2. *Передаточная функция регулятора (3) при $\varphi(p) \equiv 0$ всегда реализуема, если выполняется неравенство*

$$n \ge m + \max\{m-1, l\}. \qquad (7)$$

Отметим, что определенная с помощью многочленов $S_0(p)$ и $R_0(p)$ передаточная функция модального регулятора $V_0(p)$ не решает поставленной задачи, так как является трансцендентной. Однако аппроксимируя экспоненциальную функцию $\exp(-\varphi(p))$ дробно-рациональным выражением конечного порядка можно синтезировать конечномерный регулятор. При этом следует обратить внимание на следующий важный факт. Для сохранения устойчивости системы управления с конечномерным регулятором необходимо потребовать, чтобы исходная функция $\exp(-\varphi(p))$ и аппроксимирующая дробно-рациональная функция имели равное число полюсов в правой полуплоскости комплексной плоскости. Функция $\exp(-\varphi(p))$ является аналитической в комплексной плоскости и поэтому не имеет полюсов в правой полуплоскости комплексной плоскости. Таким образом, аппроксимирующая функция также не должна иметь правых полюсов. Обеспечение этого условия накладывает довольно жесткие ограничения на выбор аппроксимирующей функции. Например, дробь Паде

$$\tilde{\mathbf{\Psi}}(p) = \frac{2p+1}{-2p+1},$$

является аппроксимацией для $\exp(4p)$, но имеет один полюс в правой полуплоскости комплексной плоскости, т.е. не удовлетворяет заданным выше условиям. Решение данной проблемы может быть найдено с помощью рядов Тейлора или Бурмана—Лагранжа.

Для окончательного определения конечномерного модального регулятора воспользуемся разложением экспоненциальной функции в ряд Тейлора. С этой целью представим ряд Тейлора в следующем виде:

$$e^{\varphi(p)} = \sum_{n=0}^{\infty} d_n p^n = \\ = L(p) + \Delta_N(p). \quad (8)$$

Здесь $\Delta_N(p)$ — остаточный член ряда Тейлора,

$$\Delta_N(p) = \sum_{n=N+1}^{\infty} d_n p^n;$$

$$L(p) = \sum_{n=0}^{N} d_n p^n$$

Отсюда, учитывая формулу (2), получаем

$$V_0(p) = \frac{S(p)}{R(p)} + \tilde{\Delta}_N(p), \quad (9)$$

где

$$S(p) = L(p) S_0(p), \\ R(p) = R_0(p), \quad (10)$$

$$\tilde{\Delta}_N(p) = \frac{S_0(p)}{R_0(p)} \Delta_N(p). \quad (11)$$

Таким образом, в качестве искомого конечномерного регулятора для объекта (1) будем использовать регулятор $V(p)$, определяемый формулами (2), (10). Отметим, что согласно теореме 1 для физической реализуемости регулятора $V(p)$ следует выбирать достаточно большую степень характеристического многочлена $D(p)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен новый частотный метод синтеза конечномерных регуляторов для объектов с распределенным запаздыванием. Регулятор строится на основе метода синтеза модальных регуляторов. Конечномерный регулятор получается с помощью дробно-рациональной аппроксимации модального регулятора с запаздыванием. В качестве дробно-рациональной аппроксимации применяется отрезок ряда Тейлора. Метод может быть обобщен на более широкий класс объектов с распределенными параметрами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Янушевский Р. Т.* Управление объектами с запаздыванием. — М.: Наука, 1978. — 416 с.

2. *Gu K., Niculescu S.-I.* Survey on recent results in the stability and control of time-delay systems // J. Dyn. Syst. Meas. Control (special issue: Time delayed systems). — 2003. — Vol. 125, No. 2. — P. 158—165.

3. *Malek-Zavarei M., Jamshidi M.* Time delay systems: analysis, optimization and applications. — Amsterdam: North-Holland, 1987. — 504 p.

4. *Richard J.-P.* Time-delay systems: An overview of some recent advances and open problems // Automatica. — 2003. — Vol. 39, No. 10. — P. 1667—1694.

5. *Гурецкий Х.* Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. — М.: Машиностроение, 1974. — 328 с.

6. *Palmor Z. J.* Time-delay compensation — Smith predictor and its modifications // The Control Handbook. — Boca Raton, FL: CRC Press and IEEE Press, 1996. — P. 224—237.

7. *Дылевский А. В., Лозгачев Г. И.* Построение регулятора для объекта с распределенными параметрами по передаточной функции замкнутой системы // Вестник Воронежского гос. ун-та. Серия: Физика, математика. — 2004. — № 2. — С. 154—157.

8. *Дылевский А. В., Лозгачев Г. И.* Синтез линейных систем управления с заданным характеристическим полиномом // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2003. — № 4. — С. 17—20.

9. *Дылевский А. В., Лозгачев Г. И.* Синтез модальных систем управления // Вестник Воронежского гос. ун-та. Серия: Физика, математика. — 2004. — № 1. — С. 103—109.

10. *Цыкунов А. М.* Адаптивное управление объектами с последействием. — М.: Наука, 1984. — 240 с.

11. *Foda S.G., Mahmoud M.S.* Adaptive stabilization of delay differential systems with unknown uncertain bounds // Int. J. Control. — 1998. — Vol. 71, №. 2. — P. 259—275.

12. *Mirkin B. M., Gutman P.-O.* Output feedback model reference adaptive control for multi-input-multi-output plants with state delay // Systems Control Lett. — 2005. — Vol. 54, № 10. — P. 961—972.

13. *Foias C., Özbay H., Tannenbaum A.* Robust control of infinite dimensional systems: Frequency domain methods. Lecture Notes in Control and Information Sciences. — New York: Springer-Verlag, 1996. — 218 p.

14. *Kharitonov V.L.* Robust stability analysis of time delay systems: A survey // Ann. Rev. Control. — 1999. — Vol. 23. — P. 185—196.

15. *Zhong Q.-C.* Robust control of systems with delays. — London: Springer-Verlag , 2006. — 231 p.

16. *Mahmoud M. S.* Robust control and filtering for time-delay systems. — New Y-ork: Marcel-Dekker, 2000. — 448 p.

Дылевский Александр Вячеславович — кандидат технических наук, доцент кафедры технической кибернетики и автоматического регулирования факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета, тел.: (4732) 20-87-15.

Лозгачев Геннадий Иванович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технической кибернетики и автоматического регулирования факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета, тел.: (4732) 20-87-15.

Малютина Виктория Сергеевна — аспирантка кафедры технической кибернетики и автоматического регулирования факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета, тел.: (4732) 20-87-15.

Lozgachev Gennadiy I. — Doctor of engineering sciences, Full professor, Head of the Department of technical cybernetics and automatic control, the Faculty of applied mathematics, information science, and mechanics, the Voronezh State University, tel: (4732) 20-87-15.

Dylevskii Alexander V. — Candidate of engineering sciences, Assistant professor, the Department of technical cybernetics and automatic control, the Faculty of applied mathematics, information science, and mechanics, the Voronezh State University, tel: (4732) 20-87-15.

Malyutina Victoria S. — Post-graduate student, the Department of technical cybernetics and automatic control, the Faculty of applied mathematics, information science, and mechanics, the Voronezh State University, tel: (4732) 20-87-15.