УДК 519.81

МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ НЕЧЕТКОМУ МНОЖЕСТВУ

Е. М. Мелькумова

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 06.10.2009 г.

Аннотация. В статье рассматривается задача построения функции принадлежности с использованием метода парных сравнений и метода Ягера для универсального множества небольшой размерности, приводятся примеры использования этих методов.

Ключевые слова: нечеткое множество, нечеткая переменная, нечеткая величина, лингвистическая переменная, лингвистическая шкала, функция принадлежности, метод парных сравнений, метод Ягера.

Abstract. This article considers the problem of the construction to the membership function with the use of the method of twin comparisons and the method of Yager for universal set of small dimension, are resulted examples of the use of these methods.

Key words: fuzzy set, fuzzy variable, fuzzy value, linguistic variable, linguistic scale, the membership function, the method of twin comparisons, the method of Yager.

ВВЕДЕНИЕ

В теории нечетких множеств функция принадлежности играет значительную роль, так как это основная характеристика нечеткого объекта, а все действия с нечеткими объектами производятся через операции с их функциями принадлежности. Определение функции принадлежности — это первая и очень важная стадия, позволяющая затем оперировать с нечеткими объектами.

Как правило, функция принадлежности строится либо на основе статистической информации, либо при участии эксперта (группы экспертов). В первом случае функция принадлежности должна иметь частотную интерпретацию (степень принадлежности приблизительно равна вероятности события), во втором случае степень принадлежности приблизительно равна интенсивности проявления некоторого свойства (ощущения).

Методы построения функции принадлежности делятся на прямые и косвенные. В прямых методах степень принадлежности назначается непосредственно или используется набор стандартных графиков, причем для определения параметра привлекаются эксперты. В косвенных методах оценки, полученные от эксперта, обрабатываются всоответствии с определенным алгоритмом, цель которого заключается в снижении уровня субъективности экспертных оценок.

Если для построения функции принадлежности привлекается группа экспертов, то формируются групповые оценки степени принадлежности, которые в определенном смысле должны быть согласованными (усреднение по определенному принципу, правило большинства).

Введем некоторые определения. Пусть U — универсальное множество и x — элемент U.

Определение 1. *Нечетким множеством* $A \subseteq U$ называется множество пар вида $A = \{(X, \mu_A(x))\}$, при этом $\mu_A(x) \in M$, где M называется *множеством принадлежностей*.

Определение 2. Это нечеткое множество называется *нечетким множеством I типа* в отличие от нечеткого множества II типа, когда его функция принадлежности представляет собой нечеткое множество I типа.

Для описания объектов в условиях неопределенностей используется понятие *нечеткой переменной*, которая задается тройкой

$$\langle \alpha, U, A \rangle,$$

где α — название нечеткой переменной, U — универсальное множество, A — нечеткое множество на U, описывающее ограничения назначения нечеткой переменной.

Лингвистическая переменная задается картежем

$$\langle \beta, U, T, M, G \rangle,$$

где β — название лингвистической переменной, U — универсальное множество, T — множество значений лингвистической переменной, каждое из которых является нечеткой переменной на U, M — синтаксическая процедура, позволяющая получать (формировать) новые значения лингвистической переменной, G — семантическое (смысловое) правило, позволяющее интерпретировать вновь получаемые значения лингвистической переменной.

Определение 3. Под *лингвистической шкалой* подразумевается вполне упорядоченное множество $S = \{S_0..S_T\}$, элементы которого удовлетворяют условиям ($|S| = T + 1$):

1. $N(S_j) = S_{T-j}$
2. S_i и $S_j \Rightarrow min(S_i, S_j) = S_i$, если $i \prec j$ и S_j, наоборот
3. S_i или $S_j \Rightarrow max(S_i, S_j) = S_j$, если $i \prec j$ и S_i, наоборот

Определение 4. *Нечеткой величиной* называется нечеткая переменная, заданная на множестве действительных чисел ($U = \mathbb{R}$) и удовлетворяющая условиям:

1. $\mu_A(x)$ — непрерывная функция
2. Выполняется условие нормировки $\sup_{x\in\mathbb{R}}\mu_A(x) = 1$
3. $\mu_A(x)$ — выпукла $\Rightarrow$ $x_i \le x_j \le x_k$ $\Rightarrow$ $\mu_A(x_j) \le \max\{\mu_A(x_i), \mu_A(x_k)\}$

В статье рассматриваются два возможных способа построения функции принадлежности — метод парных сравнений и метод Ягера. Рассмотрим вначале первый из них.

МЕТОД ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ

Этот метод используется в случае, если универсальное множество конечно и имеет небольшую размерность. Для оценки интенсивности проявления некоторого свойства используется шкала Саати (значения $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \cup \{\frac{1}{k}\}_{k=\overline{1,9}}$).

0 — два объекта в отношении некоторого свойства не значимы (нет значимости);

1 — очень слабая значимость;

3 — слабая значимость;

5 — более или менее значимы;

7 — сильная значимость;

9 — абсолютная значимость;

2, 4, 6, 8 — промежуточные значения, используются в случае неуверенности экспертов.

Алгоритм метода парных сравнений имеет вид:

Шаг 1. Имеется n объектов $|U| = n$, т.е. рассматривается $u_1..u_n$ — множества объектов по отношению к некоторому свойству α. Формируется матрица парных сравнений $A = \{A_{ij}\}$ размерности $n \times n$, где a_{ij} — оценка интенсивности проявления свойства у объекта u_i по сравнению с объектом u_j в шкале Саати (1,3,5,7,9) ($a_{ij} \ne 0$). Если a_{ij} — оценка, заданная экспертом, то $a_{ji} = 1/a_{ij}$.

Шаг 2.1. Задается ε. Вводится в рассмотрение

$$\mu_i^{(1)} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}, i = \overline{1,n}.$$

Производится подсчет суммы $\mu_i^{(1)}$.

Шаг 2.2. Рассчитываются веса

$$\overline{\mu}_i^{(1)} = \frac{\mu_i^{(1)}}{\sum_{j=1}^{n} \mu_j^{(1)}}, i = \overline{1,n}.$$

Шаг 3. $\mu_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{k} a_{ij}\mu_i^{(k-1)}, i = \overline{1,n}$.

Шаг 4. Шаг 3 выполняется до тех пор, пока не выполнится неравенство

$$\varepsilon > 0 \ \ \forall i \ \left|\overline{\mu}_i^{(k)} - \overline{\mu}_i^{(k-1)}\right| \le \varepsilon.$$

В случае его выполнения алгоритм заканчивает свою работу. В итоге полагается $\forall i$ $\mu_i = \mu_i^{(k)}$.

Решим следующую задачу методом парных сравнений. Для исследования были предложены пять предметов для изучения: математический анализ, экономическая кибернетика, функциональный анализ, численные методы и история. Экспертом определены следующие оценки значимости предметов по шкале Саати:

математический анализ и экономическая кибернетика — 4;

математический анализ и функциональный анализ — 5;

математический анализ и численные методы — 6;

математический анализ и история — 1;

экономическая кибернетика и функциональный анализ — 3;

экономическая кибернетика и численные методы — 4;

экономическая кибернетика и история — 3;

функциональный анализ и численные методы — 4;

функциональный анализ и история — 1;

численные методы и история — 3.

Необходимо, используя метод парных сравнений, построить функцию принадлежности для определения важности дисциплины для будущей специальности.

Решение.

1. Положим $\varepsilon = 0.0145$. Подсчитаем коэффициенты $\mu_i^{(1)}$.

$$\mu_1^{(1)} = 17, \mu_2^{(1)} = \frac{45}{4}, \mu_3^{(1)} = \frac{98}{15},$$

$$\mu_4^{(1)} = \frac{14}{3}, \mu_5^{(1)} = \frac{11}{3}.$$

2. Найдем сумму коэффициентов $\mu_i^{(1)}$.

$$\sum_{i=1}^{5} \mu_i^{(1)} = \frac{2587}{60}$$

3. Найдем коэффициенты $\overline{\mu_i}^{(1)}$ по формуле

$$\overline{\mu_i}^{(1)} = \frac{\mu_i^{(1)}}{\sum_{j=1}^{5} \mu_i^{(1)}}, i = \overline{1,5}.$$

$$\overline{\mu_1}^{(1)} = \frac{1020}{2587}, \overline{\mu_2}^{(1)} = \frac{675}{2587}, \overline{\mu_3}^{(1)} = \frac{392}{2587},$$

$$\overline{\mu_4}^{(1)} = \frac{280}{2587}, \overline{\mu_5}^{(1)} = \frac{220}{2587}.$$

4. Найдем коэффициенты $\mu_i^{(2)}$ по формуле

$$\mu_i^{(2)} = \sum_{j=1}^{2} a_{ij} \mu_1^{(1)}.$$

$$\mu_1^{(2)} = (a_{11} + a_{12}) \mu_1^{(1)} = 85,$$

$$\mu_2^{(2)} = (a_{21} + a_{22}) \mu_2^{(1)} = \frac{225}{16},$$

$$\mu_3^{(2)} = (a_{31} + a_{32}) \mu_3^{(1)} = \frac{784}{225},$$

$$\mu_4^{(2)} = (a_{41} + a_{42}) \mu_4^{(1)} = \frac{35}{18},$$

$$\mu_5^{(2)} = (a_{51} + a_{52}) \mu_5^{(1)} = \frac{44}{9}.$$

5. Найдем сумму коэффициентов $\mu_i^{(2)}$.

$$\sum_{i=1}^{5} \mu_i^{(2)} = \frac{393769}{3600}$$

6. Найдем коэффициенты $\overline{\mu_i}^{(2)}$ по формуле

$$\overline{\mu_i}^{(2)} = \frac{\mu_i^{(2)}}{\sum_{j=1}^{5} \mu_i^{(2)}}, i = \overline{1,5}.$$

$$\overline{\mu_1}^{(2)} = \frac{306000}{393769}, \overline{\mu_2}^{(2)} = \frac{50625}{393769},$$

$$\overline{\mu_3}^{(2)} = \frac{12544}{393769}, \overline{\mu_4}^{(2)} = \frac{7000}{393769},$$

$$\overline{\mu_5}^{(2)} = \frac{17600}{393769}.$$

7. Найдем разницу коэффициентов при первых двух шагах алгоритма.

$$| \overline{\mu_1}^{(2)} - \overline{\mu_1}^{(1)} | = 0,382,$$

$$| \overline{\mu_2}^{(2)} - \overline{\mu_2}^{(1)} | = 0,132,$$

$$| \overline{\mu_3}^{(2)} - \overline{\mu_3}^{(1)} | = 0,119,$$

$$| \overline{\mu_4}^{(2)} - \overline{\mu_4}^{(1)} | = 0,09,$$

$$| \overline{\mu_5}^{(2)} - \overline{\mu_5}^{(1)} | = 0,04.$$

Так как не для всех i выполняется неравенство $| \overline{\mu_i}^{(2)} - \overline{\mu_i}^{(1)} | \le \varepsilon = 0.0145$, то алгоритм продолжает свою работу.

8. Найдем коэффициенты $\mu_i^{(3)}$ по формуле

$$\mu_i^{(3)} = \sum_{j=1}^{3} a_{ij} \mu_1^{(2)}.$$

$$\mu_1^{(3)} = 850, \mu_2^{(3)} = \frac{3825}{64}, \mu_3^{(3)} = \frac{18032}{3375},$$

$$\mu_4^{(3)} = \frac{35}{27}, \mu_3^{(3)} = \frac{18032}{3375}, \mu_5^{(3)} = \frac{308}{27}.$$

9. Найдем сумму коэффициентов $\mu_i^{(3)}$.

$$\sum_{i=1}^{5} \mu_i^{(3)} = \frac{200407423}{216000}$$

10. Найдем коэффициенты $\overline{\mu_i}^{(3)}$ по формуле

$$\overline{\mu_i}^{(3)} = \frac{\mu_i^{(3)}}{\sum_{j=1}^{5} \mu_i^{(3)}}, i = \overline{1,5}.$$

$$\overline{\mu_1}^{(3)} = \frac{183600000}{200407423},$$

$$\overline{\mu_2}^{(3)} = \frac{12909375}{200407423}, \overline{\mu_3}^{(3)} = \frac{1154048}{200407423},$$

$$\overline{\mu_4}^{(3)} = \frac{280000}{200407423}, \overline{\mu_5}^{(3)} = \frac{2464000}{200407423}.$$

11. Найдем разницу коэффициентов при следующих шагах алгоритма.

$$\left| \bar{\mu}_1^{(3)} - \bar{\mu}_1^{(2)} \right| = 0,139, \quad \left| \bar{\mu}_2^{(3)} - \bar{\mu}_2^{(2)} \right| = 0,064,$$

$$\left| \bar{\mu}_3^{(3)} - \bar{\mu}_3^{(2)} \right| = 0,026, \quad \left| \bar{\mu}_4^{(3)} - \bar{\mu}_4^{(2)} \right| = 0,016,$$

$$\left| \bar{\mu}_5^{(3)} - \bar{\mu}_5^{(2)} \right| = 0,032$$

Так как не для всех i выполняется неравенство $\left| \bar{\mu}_i^{(3)} - \bar{\mu}_i^{(2)} \right| \le \varepsilon = 0.0145$, то алгоритм продолжает свою работу

12. Найдем коэффициенты $\mu_i^{(4)}$ по формуле

$$\mu_i^{(4)} = \sum_{j=1}^{4} a_{ij} \mu_1^{(3)}.$$

$$\mu_1^{(4)} = 13600, \mu_2^{(4)} = \frac{126225}{256},$$

$$\mu_3^{(4)} = \frac{1496656}{50625}, \mu_4^{(4)} = \frac{350}{162}, \mu_5^{(4)} = \frac{2464}{81}.$$

13. Найдем сумму коэффициентов $\mu_i^{(4)}$.

$$\sum_{i=1}^{5}\mu_i^{(4)} = \frac{14859573489441}{1049760000}.$$

14. Найдем коэффициенты $\overline{\mu_i}^{(4)}$ по формуле

$$\overline{\mu_i}^{(4)} = \frac{\mu_i^{(4)}}{\sum_{j=1}^{5}\mu_i^{(4)}}, i = \overline{1,5}.$$

$$\overline{\mu_1}^{(4)} = \frac{14276736000000}{148595573489441},$$

$$\overline{\mu_2}^{(4)} = \frac{517601390625}{148595573489441},$$

$$\overline{\mu_3}^{(4)} = \frac{31034658816}{148595573489441},$$

$$\overline{\mu_4}^{(4)} = \frac{2268000000}{148595573489441},$$

$$\overline{\mu_5}^{(4)} = \frac{319833440000}{148595573489441}.$$

15. Найдем разницу коэффициентов при следующих шагах алгоритма.

$$\left|\bar{\mu}_1^{(4)} - \bar{\mu}_1^{(3)}\right| = 0,044, \ \left|\bar{\mu}_2^{(4)} - \bar{\mu}_2^{(3)}\right| = 0,029,$$

$$\left|\bar{\mu}_3^{(4)} - \bar{\mu}_3^{(3)}\right| = 0,003, \ \left|\bar{\mu}_5^{(4)} - \bar{\mu}_5^{(3)}\right| = 0,01,$$

$$\left|\bar{\mu}_4^{(4)} - \bar{\mu}_4^{(3)}\right| = 0,001.$$

Так как не для всех i выполняется неравенство $| \overline{\mu_i}^{(4)} - \overline{\mu_i}^{(3)} | \leq \varepsilon = 0.0145$, то алгоритм продолжает свою работу.

16. Найдем коэффициенты $\mu_i^{(5)}$ по формуле

$$\mu_i^{(5)} = \sum_{j=1}^{5} a_{ij}\mu_1^{(4)}.$$

$$\mu_1^{(5)} = (a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15})\mu_1^{(4)} = 231200,$$

$$\mu_2^{(5)} = (a_{21} + a_{22} + a_{23} + a_{24} + a_{25})\mu_2^{(4)} = \frac{5680125}{1024},$$

$$\mu_3^{(5)} = (a_{31} + a_{32} + a_{33} + a_{34} + a_{35})\mu_3^{(4)} = \\ = \frac{146672288}{759375},$$

$$\mu_4^{(5)} = (a_{41} + a_{42} + a_{43} + a_{44} + a_{45})\mu_4^{(4)} = \frac{2450}{243},$$

$$\mu_5^{(5)} = (a_{51} + a_{52} + a_{53} + a_{54} + a_{55})\mu_5^{(4)} = \frac{27104}{243}.$$

17. Найдем сумму коэффициентов $\mu_i^{(5)}$.

$$\sum_{i=1}^{5}\mu_i^{(5)} = \mu_1^{(5)} + \mu_2^{(5)} + \mu_3^{(5)} + \mu_4^{(5)} + \mu_5^{(5)} =$$

$$= 231200 + \frac{5680125}{1024} + \frac{146672288}{759375} + \\ + \frac{2450}{243} + \frac{27104}{243} = \frac{184339230144787}{777600000}.$$

18. Найдем коэффициенты $\overline{\mu_i}^{(5)}$ по формуле

$$\overline{\mu_i}^{(5)} = \frac{\mu_i^{(5)}}{\sum_{j=1}^{5}\mu_i^{(5)}}, i = \overline{1,5}.$$

$$\overline{\mu_1}^{(5)} = \frac{47589120000000}{184339230144787},$$

$$\overline{\mu_2}^{(5)} = \frac{4313344921875}{184339230144787},$$

$$\overline{\mu_3}^{(5)} = \frac{150192422912}{184339230144787},$$

$$\overline{\mu_4}^{(5)} = \frac{7840000000}{184339230144787},$$

$$\overline{\mu_1}^{(5)} = \frac{86732800000}{184339230144787}.$$

19. Найдем разницу коэффициентов при следующих шагах алгоритма.

$$\left|\bar{\mu}_1^{(5)} - \bar{\mu}_1^{(4)}\right| = 0,0144,$$

$$\left|\bar{\mu}_2^{(5)} - \bar{\mu}_2^{(4)}\right| = 0,011,$$

$$\left|\bar{\mu}_3^{(5)} - \bar{\mu}_3^{(4)}\right| = 0,001,$$

$$\left|\bar{\mu}_4^{(5)} - \bar{\mu}_4^{(4)}\right| = 0,0001,$$

$$\left|\bar{\mu}_5^{(5)} - \bar{\mu}_5^{(4)}\right| = 0,001.$$

Так как для всех i выполняется неравенство $\left|\bar{\mu}_i^{(5)} - \bar{\mu}_i^{(4)}\right| \leq \varepsilon = 0.0145$, то алгоритм заканчивает свою работу.

Коэффициенты важности $\mu_i = \mu_i^{(5)}$, то есть

$$\mu_1 = \mu_1^{(5)} = 231200$$

$$\mu_2 = \mu_2^{(5)} = 5546,99$$

$$\mu_3 = \mu_3^{(5)} = 193,148$$

$$\mu_4 = \mu_4^{(5)} = 10,082$$

$$\mu_5 = \mu_5^{(5)} = 111,539$$

Таким образом, применяя метод парных сравнений, получен следующий результат по уменьшению важности дисциплины для будущей специальности:

1) математический анализ; 2) экономическая кибернетика; 3) функциональный анализ; 4) история; 5) численные методы.

Также для построения функции принадлежности нечеткому множеству используется метод Ягера. Рассмотрим его подробнее.

МЕТОД ЯГЕРА

Пусть $U = \{x_1..x_n\}$ — универсальное множество, на котором определено понятие А с функцией принадлежности $\mu_A(x)$. Положим для любого элемента k $\mu_A(x_k) = a_k, k = \overline{1,n}$ и будем полагать, что элементы множества упорядочены таким образом, что если $a_i \geq a_j$, то $i > j$. Наша задача заключается в том, чтобы восстановить неизвестные значения принадлежностей $a_i, i = \overline{1,n}$.

Если известны вероятности, с которыми выбираются элементы x_i, то их можно использовать для нахождения степеней принадлежности a_i. Вместо вероятности можно использовать ее статистическую оценку — относительную частоту.

На этой идее основана процедура:

Шаг 1. Разделить отрезок [0,1] на μ равных частей (чем больше μ, тем точнее получаемые результаты), получив значения уровней $0 < \alpha_1 < .. < \alpha_\mu \leq 1$.

Шаг 2. Случайным образом без повторений выбирается значение уровня

$$\alpha_i \in \{\alpha_k\}, k = \overline{1,M}.$$

Шаг 3. На основе экспертного опроса сформировать уровневое множество

$$A_{\alpha_i} = \{x \mid \mu_{A_{\alpha_i}}(x) \leq \alpha_i\}.$$

Шаг 4. Если k — число элементов, включенных в уровневое множество на предыдущем шаге, то при каждом появлении элемента x_i добавить величину $\frac{1}{k}$ к величине m_i — числу появлений x_i в данной процедуре (первоначально $m_i = 0$).

Шаг 5. Повторять шаги 2—4 до тех пор, пока не будут рассмотрены все возможные значения уровня.

Шаг 6. Для каждого x_i определить оценку вероятности $p(x_i) : w_i = \frac{m_i}{M}, i = \overline{1,n}$.

Шаг 7. Упорядочить по возрастанию величин w_i универсальное множество, получив $U = \{x_{i_1}, x_{i_2} .. x_{i_n}\}$.

Шаг 8. Вычислить оценки степеней принадлежностей по формуле:

$$\mu(x_k) = a_k = (n - k + 1) w_{i_k} + \sum_{j=1}^{k-1} w_{i_j}.$$

Рассмотрим следующую задачу: Пусть $U = \{a, b, c, d, e, f\}$, объем выборки $M = 25$, значения уровней $\{0,04; 0,08; ...; 0,96; 1\}$. Пусть на основе экспертного опроса сформированы следующие уровневые множества:

$$A_{0,92} = \{d\},\ A_{0,6} = \{b,e,d\},\ A_{0,36} = \{a,b,c,d,e\},$$
$$A_{0,32} = \{a,b,c,d,e\},\ A_{0,72} = \{b,d\},$$
$$A_{0,44} = \{a,b,d,e\},\ A_{0,88} = \{b,d\},$$
$$A_{0,4} = \{a,b,c,d,e\},\ A_{0,84} = \{b,d\},$$
$$A_{0,04} = \{a,b,c,d,e,f\},\ A_{0,68} = \{b,d,e\},$$
$$A_{0,48} = \{a,b,d,e\},\ A_{0,96} = \{d\},\ A_{0,52} = \{b,e,d\},$$
$$A_{0,08} = \{a,b,c,d,e,f\},\ A_{0,12} = \{a,b,c,d,e\},$$
$$A_{0,8} = \{b,d\},\ A_{0,64} = \{b,d,e\},\ A_{0,56} = \{b,d,e\},$$
$$A_{0,1} = \{d\},\ A_{0,28} = \{a,b,c,d,e\},\ A_{0,76} = \{b,d\},$$
$$A_{0,16} = \{a,b,c,d,e\},\ A_{0,2} = \{a,b,c,d,e\},$$
$$A_{0,24} = \{a,b,c,d,e\}.$$

Используя эти данные, найти значения принадлежности.

Решение.

1. Найдем коэффициенты m.

$$m_a = 2 * \frac{1}{6} + 8 * \frac{1}{5} + 2 * \frac{1}{4} = \frac{73}{30};$$

$$m_b = 2 * \frac{1}{6} + 8 * \frac{1}{5} + 2 * \frac{1}{4} + +5 * \frac{1}{3} + 5 * \frac{1}{2} = \frac{33}{5};$$

$$m_c = 2 * \frac{1}{6} + 8 * \frac{1}{5} = \frac{29}{15};$$

$$m_d = 2 * \frac{1}{6} + 8 * \frac{1}{5} + 2 * \frac{1}{4} + +5 * \frac{1}{3} + 5 * \frac{1}{2} + 3 * \frac{1}{1} = \frac{48}{5};$$

$$m_e = 2 * \frac{1}{6} + 8 * \frac{1}{5} + 2 * \frac{1}{4} + 5 * \frac{1}{3} = \frac{41}{10};$$

$$m_f = 2 * \frac{1}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Найдем коэффициенты w.

$$m_a : w_1 = \frac{m_1}{M} = \frac{73}{30 * 25} = \frac{73}{350} \approx 0,0973;$$

$$m_b : w_2 = \frac{m_2}{M} = \frac{33}{5*25} = \frac{33}{125} \approx 0,264;$$

$$m_c : w_3 = \frac{m_3}{M} = \frac{29}{15*25} = \frac{29}{375} \approx 0,0773;$$

$$m_d : w_4 = \frac{m_4}{M} = \frac{48}{5*25} = \frac{48}{125} \approx 0,0384;$$

$$m_e : w_5 = \frac{m_5}{M} = \frac{41}{10*25} = \frac{41}{250} \approx 0,164;$$

$$m_f : w_6 = \frac{m_6}{M} = \frac{1}{3*25} = \frac{1}{75} \approx 0,013;$$

3. Расположим относительные частоты по возрастанию:

$$w_6, w_3, w_1, w_5, w_2, w_4 \Rightarrow w_f, w_c, w_a, w_e, w_b, w_d$$

4. Универсальное множество

$U = \{x_6, x_3, x_1, x_5, x_2, x_4\}$. Обозначим его, как $U = \{x_{6_1}, x_{3_2}, x_{1_3}, x_{5_4}, x_{2_5}, x_{4_6}\}$

5. Найдем оценки степеней принадлежности по формуле:

$$a_k = \mu(x_k) = (n-k+1)w_{i_k} + \sum_{j=1}^{k-1} w_{i_j},$$

где $n = 6$.

$$a_1 = a_f = nw_{6_1} = 6w_6 = 6*\frac{1}{75} = 0,08;$$

$$a_2 = a_c = (n-1)w_{3_2} + w_{6_1} =$$

$$= 5w_3 + w_6 = 5*\frac{29}{375} + \frac{1}{75} = 0,4;$$

$$a_3 = a_a = (n-2)w_{1_3} + w_{6_1} + w_{3_2} =$$

$$= 4w_1 + w_6 + w_3 = 4*\frac{73}{350} + \frac{1}{75} + \frac{29}{375} = 0,93;$$

$$a_4 = a_e = (n-3)w_{5_4} + w_{6_1} + w_{3_2} + w_{1_3} =$$

$$= 3w_5 + w_6 + w_3 + w_1 =$$

$$= 3*\frac{41}{250} + \frac{1}{75} + \frac{29}{375} + \frac{73}{350} = 0,79;$$

$$a_5 = a_b = (n-4)w_{2_5} + w_{6_1} + w_{3_2} + w_{1_3} + w_{5_4} =$$

$$= 2w_2 + w_6 + w_3 + w_1 + w_5 =$$

$$= 2*\frac{33}{125} + \frac{1}{75} + \frac{29}{375} + \frac{73}{350} + \frac{41}{250} = 0,99;$$

$$a_6 = a_d = (n-5)w_{4_6} + w_{6_1} + w_{3_2} + w_{1_3} +$$

$$+ w_{5_4} + w_{2_5} = w_4 + w_6 + w_3 + w_1 + w_5 +$$

$$+ w_2 = \frac{48}{125} + \frac{1}{75} + \frac{29}{375} +$$

$$+ \frac{73}{350} + \frac{41}{250} + \frac{33}{125} = 1,1.$$

Заметим, что в данном примере истинными значениями принадлежности являются следующие: $\mu_A(a) = 0,5$; $\mu_A(b) = 0,9$; $\mu_A(c) = 0,4$; $\mu_A(d) = 1$; $\mu_A(e) = 0,7$; $\mu_A(f) = 0,1$.

Таким образом, в статье строится функция принадлежности, при этом для ее построения используются два метода — метод парных сравнений и метод Ягера, и реализуются примеры решения задач с помощью этих методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зайченко Ю.П.* Исследование операций. Нечеткая оптимизация. — К.: Выща Школа,1991. — 191 с.

2. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств — М.: Радио и Связь, 1982 — 431 с.

3. *Орловский С.А.* Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. — М.: Наука, 1981 — 206 с.

Мелькумова Екатерина Михайловна — аспирант факультета ПММ каф. математических методов исследования операций, Воронежский госуниверситет. Тел. (4732)208-282. E-mail: pmim@yandex.ru, melkumova@vsu.ru.

Melcumova Ekaterina Michailovna — the post-graduate student at the faculty of Applied Mathematics, informatics and mechanics of the dept. of the Mathematical Methods of Operation Research, Voronezh State University. Tel. (4732) 208-282. E-mail: pmim@yandex.ru, melkumova@vsu.ru.