УДК 519.876.5:32.1

МЕХАНИЗМЫ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ СБАЛАНСИРОВАННОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА РЕГИОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Д. В. Ворогушина

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 1.03.2009 г.

Аннотация. Для построения траектории роста региональной экономической системы построена экономико-математическая модель, описаны методы ее расчета. Разработан программный комплекс реализации модели, приведены результаты экспериментальных расчетов по данным региональной экономики Воронежской области, показавшие приемлемость использования модели для решения практических задач.

Ключевые слова: региональная экономическая система, траектория развития, состоятельные методы, экспериментальные расчеты.

Abstract. To choose the regional system optimal path of balanced economic growth economic-mathematical model has been built, methods of its realization are described. The program complex for model estimation has been developed. Calculation results based on statistic data of Voronezh regional economics show the possibility of using the model for practical application.

Keywords: regional economic system, path of balanced growth of the regional economic system, consistent methods, calculation results.

ВВЕДЕНИЕ

Структурные изменения в социально-экономических отношениях, характерные для современной России в условиях финансового кризиса требуют новых идей, методов, подходов и информационных средств поддержки процесса принятия решений в субъектах хозяйственной деятельности всех уровней. Лицу, принимающему решение (ЛПР) кроме умения предвидеть общую экономическую ситуацию и оценивать положение его субъекта хозяйствования, требуется найти средства преодоления нежелательных ситуаций, выявить пути снижения негативных последствий ожидаемых изменений, если избежать их не удается. Для оценки ситуации, формулирования альтернатив возможных решений и анализа их последствий необходимо использовать прикладной инструментарий, содержащий модели, алгоритмы и программы решения задачи, стоящей перед экономическим объектом. Одним из наиболее важных и трудных в этом смысле социально-экономических объектов является региональная экономика.

Исследования региональной экономики широко представлены в литературе, что объясняется актуальностью тематики и сложностью, многогранностью изучаемого объекта. Приведем краткий обзор работ, выделяющих основные, с нашей точки зрения характеристики региональной экономики.

Региональную экономику можно описать как открытую организационную систему больших масштабов со слабой организацией [1,2]. Отличительной особенностью региональной экономической системы (РЭС) является неоднородность элементов, разнообразие связей между элементами и администрацией региона [3,4]. В то же время РЭС обладает большой долей консерватизма и устойчивости, что позволяет исследовать принципы и приоритеты, разрабатывать стратегии сбалансированного роста региона [5,6]. Можно говорить о том, что региональная экономика стремится к равновесию с внешней средой, причем при рассмотрении окружающей среды как источника ресурсов (финансовых, трудовых, природных), появляются ограничения на функционирование и развитие региональной экономики, что в значительной степени влияет на траекторию роста [7,8].

Особенности нашего подхода к моделированию процессов развития РЭС состоят в следующем.

Процесс развития сложной системы не может описываться одним показателем, т.к. характеризуется целым набором целей, формализация которых приводит к ряду критериев, разработанных на основе показателей функционирования отдельных хозяйствующих субъектов (ХС) – элементов системы. Т.о. нами предлагается рассматривать *многокритериальный подход*.

Другая особенность состоит, в том, что региональная экономика является слабо формализуемым объектом, обладающим нечеткими границами, функционирующим в условиях быстроменяющейся окружающей среды. Необходим учет свойства *адаптивности* на всех этапах формирования системы.

Наконец, для поиска траектории развития РЭС, характеризующейся сложной структурой, большими масштабами, слабой организацией, необходима разработка прикладного инструментария, состоящего из *универсального состоятельного комплекса моделей и методов* для решения задач данного типа. Ядром прикладного инструментария для решения описанных выше задач является модель формирования траектории сбалансированного экономического роста РЭС, к описанию которой мы переходим.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ РЭС

Рассматривается функционирование региональной экономической системы (РЭС) в период времени $[t_0, T]$. Элементами РЭС являются хозяйствующие субъекты (ХС): отдельные предприятия, чистые или агрегированные отрасли. Деятельность каждого ХС определяется производственной функцией

$$X_i(t) = f_i(K_i(t), L_i(t)), \ i = \overline{1,n}. \qquad (1)$$

Под производственной функцией нами понимается зависимость выхода продукции $X_i(t)$, $i = \overline{1,n}$ от вложенных ресурсов: фонда оплаты труда всех сотрудников i-го элемента в момент времени t - $L_i(t)$ и объема основного капитала, находящегося в распоряжении i-го элемента (склады, оборудование и т.д.) в момент времени t - $K_i(t)$, с учетом НТП в момент времени t.

Из всего многообразия связей между элементами РЭС мы выделяем три основных типа взаимодействия, для которых возможна количественная оценка:

- распределение дополнительного финансового ресурса, выделенного на развитие ХС центром управления регионом,
- использование общих региональных ресурсов (вода, электроэнергия, дороги, экологическая составляющая и т.д.);
- материальные поставки между ХС;

Остановимся на каждом типе взаимодействий подробнее.

Функционирование ХС связано с наличием ресурсов, имеющихся в предыдущий момент времени и дополнительными средствами, распределяемыми в момент времени t на повышение качества рабочей силы (обучение, повышение квалификации и т.д.) $\Delta L(t)$ и капитал на реконструкцию с коротким лагом, возмещение выбытия и расширения основных фондов $\Delta K(t)$ во всех ХС:

$$K_i(t)(1-\theta_i) = K_i(t-1) + \beta_i \Delta K(t)$$

или

$$K_i(t) = \frac{1}{(1-\theta_i)}(K_i(t-1) + \beta_i \Delta K(t)), \quad i = \overline{1,n}. \qquad (2)$$

$$L_i(t) = L_i(t-1) + \delta_i \Delta L(t), \ i = \overline{1,n}; \qquad (3)$$

здесь переменные β_i, δ_i - доли от дополнительного финансового ресурса, идущие в i-й ХС в момент времени t, а $\theta_i < 1$ - доля средств основного капитала, идущая на его поддержание (обслуживание капитала, возмещение выбытия основных фондов). Будем считать, что финансовый ресурс должен быть полностью распределен между ХС. Кроме того, объем выделяемых дополнительных средств зависит от значимости продукции ХС для развития экономики региона в целом и выражается в коэффициентах значимости λ_i, $i = \overline{1,n}$. С учетом вышесказанного получаем следующие ограничения:

$$0 \le \underline{\beta_i}(\lambda_i) \le \beta_i \le \overline{\beta_i}(\lambda_i), \ i = \overline{1,n}; \qquad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \beta_i \le 1; \qquad (5)$$

$$0 \le \underline{\delta_i}(\lambda_i) \le \delta_i \le \overline{\delta_i}(\lambda_i), \ i = \overline{1,n}; \qquad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\delta_i \le 1. \quad (7)$$

В каждый момент времени между ХС распределяются региональные ресурсы в объеме $B^{v}_{l^{v}i}(t),\ l^{v}=\overline{1,L^{v}},\ i=\overline{1,n}$. Использование региональных ресурсов ХС характеризуется нормой затрат $a_{l^{v}i}(t)$ ресурса l^{v} на единицу валового выпуска i-го ХС РЭС. Т.о. распределение региональных ресурсов регулируется ограничением вида:

$$a_{l^{v}i}(t)X_i(t)\le B^{v}_{l^{v}i}(t),\ l^{v}=\overline{1,L^{v}}. \quad (8)$$

Производственно-распределительные процессы в РЭС будем учитывать на основе балансовых соотношений. Предположим, что в каждый момент времени известны величина потока, направляемого из i-го ХС в j-й - $x_{ij}(t)$, на основе которой рассчитывается матрица *коэффициентовраспределения* $H(t)=\left(h_{ij}(t)\right)_{n\times n}$, $h_{ij}=\dfrac{x_{ij}}{X_j^{Б}}$ доля продукции i-го ХС системы, направляемого в j-й ХС. Кроме нужд материального производства, учитываемых с помощью коэффициентов распределения, структура валового выпуска ХС включает в себя прибыль ХС - $\Pr_i(t)$, затраты на амортизацию, оплату труда. С другой стороны, валовой выпуск формируется из нужд материального производства, конечного продукта $Y(t)=\left(Y_1(t),Y_2(t),\ldots,Y_n(t)\right)^{T}$ (нужды потребления, сальдо экспорта-импорта и сальдо запасов), а также расширения основных фондов и восполнения их выбытия.

Используя введенные выше обозначения, получаем следующие балансовые соотношения:

$$X_j(t)\ge\sum_{i=1}^{n}h_{ij}X_i(t)+d_jK_j(t)+ +L_j(t)+\Pr_j(t),\ j=\overline{1,n}; \quad (9)$$

$$X_i(t)\ge\sum_{j=1}^{n}a_{ij}X_j(t)+ +\sum_{j=1}^{n}b_{ij}V_j+Y_i(t),\ i=\overline{1,n}; \quad (10)$$

здесь a_{ij} - коэффициенты прямых затрат; величина d_j - доля выбытия основных производственных фондов в i-м элементе системы; b_{ij} - коэффициент технологической структуры капитальных вложений; V_j - объем капитальных вложений в j-го ХС, величина конечного продукта, идущего на восстановление основных фондов, рассчитываемая по формуле

$$V_j(t)=\frac{\varphi_jX_j(t)-K_j(t)}{\xi_j}+ +d_jK_j(t),\ j=\overline{1,n}; \quad (11)$$

где φ_j - коэффициент фондоемкости продукции j-го ХС; ξ_j - коэффициент перевода в среднегодовые показатели (отношение среднегодового прироста к абсолютному приросту фондов j-го вида).

Кроме того, известен максимальный суммарный объем конечного продукта J, необходимый для нормального функционирования системы и минимальная доля выпуска, идущего на непроизводственное потребление g_i;

$$g_iX_i(t)\le Y_i(t),\ i=\overline{1,n}; \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^{n}Y_i(t)\le J. \quad (13)$$

Начальные условия задачи поиска оптимальной траектории развития РЭС имеют вид

$$\underline{\Pr_j(t)}\le\Pr_j(t)\le\overline{\Pr_j(t)},\ j=\overline{1,n}; \quad (14)$$

$$K_i(t_0)=K_i^{0},\ L_i(t_0)=L_i^{0},\ i=\overline{1,n}; \quad (15)$$

$$t=t_0,t_0+1,\ldots,T. \quad (16)$$

Система ограничений (1)-(16) описывает множество траекторией развития РЭС. Под (X^{0},T)-траекторией понимается последовательность векторов валовых выпусков элементов системы $\left\{X(t)\right\}_{t=t_0}^{T}$, удовлетворяющих ограничениям (1)-(16). В качестве функций цели будем использовать набор основных показателей, характеризующих деятельность ХС в момент времени t:

- максимизация совокупного объема выпуска РЭС с учетом значимости продукции ХС:

$$X^{\Sigma}=\sum_{t=t_0}^{T}\sum_{i=1}^{n}\lambda_{it}X_i(t)\to\max \quad (17)$$

- максимизация средней за весь период производительности труда

$$Prod=\frac{1}{T}\sum_{t=t_0}^{T}\sum_{i=1}^{n}\frac{K_i(t)}{L_i(t)}\to\max \quad (18)$$

- максимизация общей рентабельности производства, как отношения балансовой прибыли к среднегодовой стоимости основных производственных фондов:

$$R=\sum_{t=t_0}^{T}\sum_{i=1}^{n}\lambda_{it}\frac{\Pr_i(t)}{\xi_iK_i(t)}\to\max. \quad (19)$$

Оптимальной $\left(X^0,T\right)$-траекторией будем назвать $\left(X^0,T\right)$-траекторию, являющуюся Парето-оптимальной в задаче векторной оптимизации (1)-(19).

Модель (1)-(19) является динамической с дискретным временем, нелинейными ограничениями и векторной функцией цели. Следует отметить, что построение и использование непрерывных динамических моделей развития РЭС требует решения очень сложных задач большой размерности с привлечением значительного объема исходной экономической информации. Возможный способ упрощения состоит в разработке шаговых моделей, в которых показатели предшествующего года (периода) являются базой для расчетов на следующий плановый год (период). К таким шаговым динамическим моделям и относится модель (1)-(19). В качестве связующих по времени показателей выступают величины основного капитала и трудовые ресурсы.

2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАЗВИТИЯ РЭС. АНАЛИЗ СОСТОЯТЕЛЬНОСТИ

Для решения задачи поиска оптимальной траектории развития РЭС был разработан комплекс моделей и методов (см. рисунок 1), основными блоками которого является: построение исходной модели (модель (1)-(19)), выявление производственного потенциала ХС, с использованием нелинейного метода наименьших квадратов (МНК) и решение задачи (1)-(19) на основе метода исследования пространства параметров (МИПП).

Рассмотрим подробнее основные этапы решения задачи, представленные на рисунке 1.

В модели (1)-(19), кроме переменных величин, неизвестным является аналитический вид производственной функции, связывающий величины ресурсов (факторов) $K_i(t), L_i(t)$ с величиной выпуска продукции $X_i(t)$, $i=1,..,n$. *Производственная функция* (ПФ) представляет

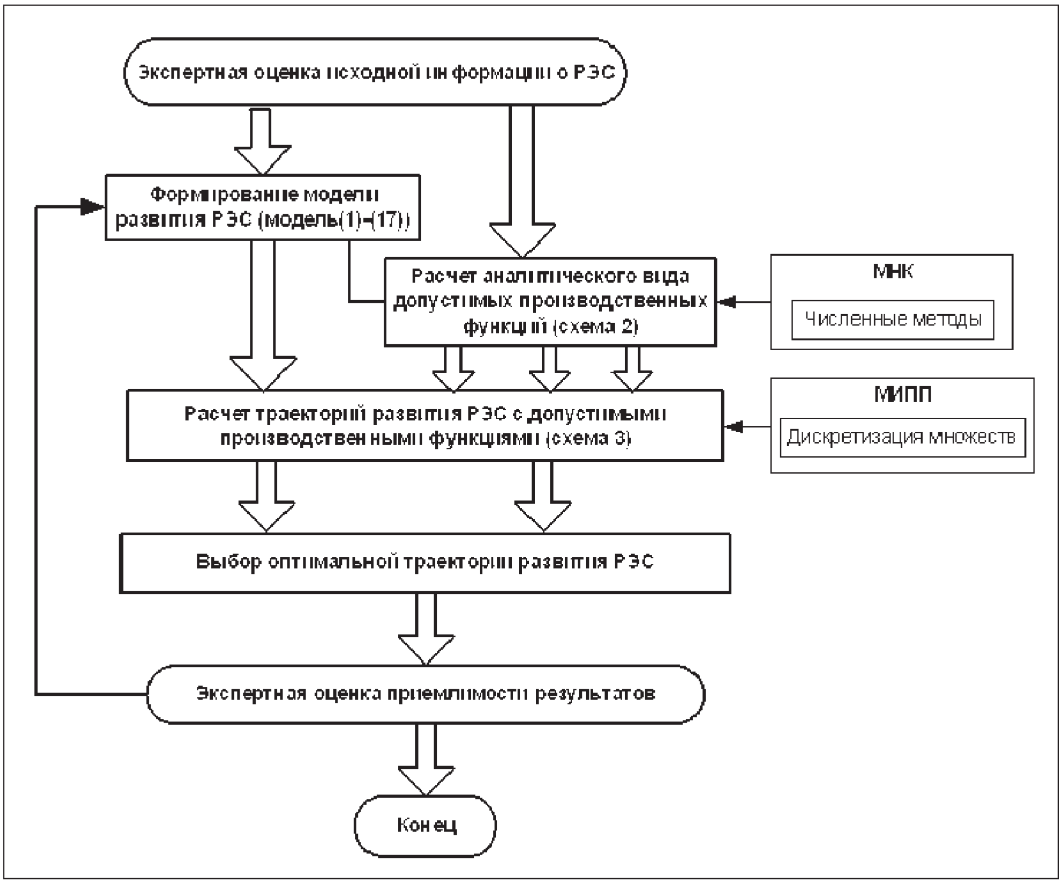

Рис.1. Комплекс методов для решения задачи отыскания оптимальной траектории РЭС

собой экономико-статистическую модель процесса производства продукции, отражающую устойчивую закономерную количественную зависимость между объёмными показателями ресурсов и максимально возможным объемом выпуска. Восстановление вида производственной функции осуществляется с привлечением экспертов по характеристикам технологического процесса (эластичности замены факторов, предельной и средней производительности). К основным видам двухфакторных ПФ относят линейную, функцию Леонтьева, функцию Кобба-Дугласа, функцию Аллена, функцию *CES* (с постоянной эластичностью замены). Для расширения класса базовых функций, из которых будет выбираться ПФ ХС, можно использовать обобщение приведённых выше видов функций с помощью арифметических операций (образование линейных комбинаций рассмотренных функций) и операций подстановки, суперпозиции (использование одной функции в качестве факторов другой), что фактически приводит к получению многофакторных ПФ[9].

Т.о. с учетом характеристик технологического процесса может быть выбран набор базовых ПФ, среди которых функции, описанные выше, а также их выпуклая комбинация.

Существуют различные подходы к построению ПФ (см. [9,10,11] и др.). Наиболее распространенным методом аппроксимации ПФ является метод наименьших квадратов [12]. Однако градиенты некоторых ПФ могут содержать нелинейную зависимость по параметрам, при этом некоторые функции могут быть линеаризованы заменой переменных, логарифмированием (функция Кобба-Дугласа, Аллена), а при использовании других ПФ, например *CES* , полученную в МНК систему уравнений необходимо решать с привлечением численных методов. Общий обзор нелинейных методов наименьших квадратов можно найти в работе Денниса [13].

Наиболее эффективным является использование метода Левенберга-Марквардта [14], основанного на направлении поиска, сочетающего направление Ньютона-Гаусса и наискорейшего спуска. Данный метод без дополнительной информации о качестве проверяемой аппроксимации обладает устойчивостью, что компенсирует его иногда имеющую место слабую эффективность.

После нахождения неизвестных параметров ПФ, рассчитывается значение критерия качества построенной функции (в нашем случае, сумма квадратов отклонений) и происходит переход к поиску параметров следующей допустимой (в соответствии с экспериментальными данными) функции.

Проверка адекватности модели производится на основе анализа остаточной суммы квадратов, коэффициента детерминации, а также расчета специально сконструированного выборочного значения, имеющего распределение Фишера.

Оценка качества аппроксимации функцией имеющихся статистических данных и оценка других параметров ПФ определяют состоятельность используемых методов и адекватность построенной функции

С учетом вышесказанного можно выделить этапы построения ПФ, представленные на рисунке 2.

Рассмотрим теперь методы, использующиеся для расчета траектории развития РЭС. Задачу поиска оптимальной траектории развития РЭС (1)-(19) предлагается решать по слоям, т.е. максимизировать целевые показатели в каждый момент времени. На каждом слое задача решается с использованием метода исследования пространства параметров. [15]

Метод исследования пространства параметров (МИПП) является приближенным методом оптимизации. Ядро МИПП составляет процесс дискретизации исходного множества с помощью точек, представляющих равномерные последовательности в исходном множестве, и последующий выбор точек, наилучших в смысле критериев модели. Приведем краткое описание МИПП.

Условием применения МИПП для решения оптимизационных задач является наличие параметрических, функциональных и критериальных ограничений. Рассматривается математическая модель, зависящая от r варьируемых параметров (переменных) $\alpha_1,..,\alpha_r$, которые характеризуют точку в r-мерном пространстве. Тогда параметрические ограничения имеют вид:

$$\underline{a}_i \le \alpha_i \le \overline{a_i},\ i = 1,..,r; \tag{20}$$

функциональные ограничения на данные переменные можно записать в следующем виде

$$c_l^* \le f_l(\alpha) \le c_l^{**},\ l = 1,..,L. \tag{21}$$

Следует заметить, что c_l^* и c_l^{**} - ограничения, заданные априори, до решения задачи.

Кроме того, имеются локальные критерии (например, критерии качества) $\Phi_\nu(\alpha)$, $\nu = 1,..,k$. Критериальные ограничения имеют вид

$$\Phi_\nu(\alpha) \geq \underline{\Phi_\nu}(\alpha), \qquad (22)$$

где $\underline{\Phi_\nu}(\alpha)$ - это худшее из допустимых значений критерия $\Phi_\nu(\alpha)$. Критериальные ограничения, в отличие от функциональных назначаются в процессе решения задачи.

Оптимизационная задача (20)-(22) с векторной функцией цели

$$\Phi_\nu(\alpha) \to \min, \nu = 1,..,k$$

разрешима МИПП.

Т.о. ограничения (20) выделяют в пространстве параметров параллелепипед Π, ограничения (21), некоторое подмножество $G \subset \Pi$, а (22) сужает допустимое множество задачи до $D \subset G \subset \Pi$.

Приведем основные этапы МИПП:

1. Дискретизация множества Π, состоящая в расчете N пробных точек $A = \{A^1,..,A^N\}$, равномерно распределенных в параллелепипеде Π. (Равномерность обеспечивается использованием для расчета координат точек $ЛП_\tau$-последовательностей).

2. Выбор из множества A точек, удовлетворяющих ограничению (21): $A' \subseteq A$.

3. Расчет критериальных значений $\Phi_\nu(\alpha)$ на точках множества A'.

4. Проверка разрешимости задачи, при требовании выполнения ограничений (22) ($D \neq \varnothing$).

5. Если $D \neq \varnothing$, то пересмотр значений $\underline{\Phi_\nu}(\alpha)$ и повторение этапов 3-5 пока задача не станет разрешимой.

6. Построение Парето-оптимальных точек, которые и считаются решениями задачи.

Остановимся подробнее на этапе дискретизации - формировании пробных точек параллелепипеда $\Pi = \{\underline{a}_j \leq \alpha_j \leq \overline{a}_j, j = 1,..,r\}$. Необходимо найти наиболее репрезентативный набор

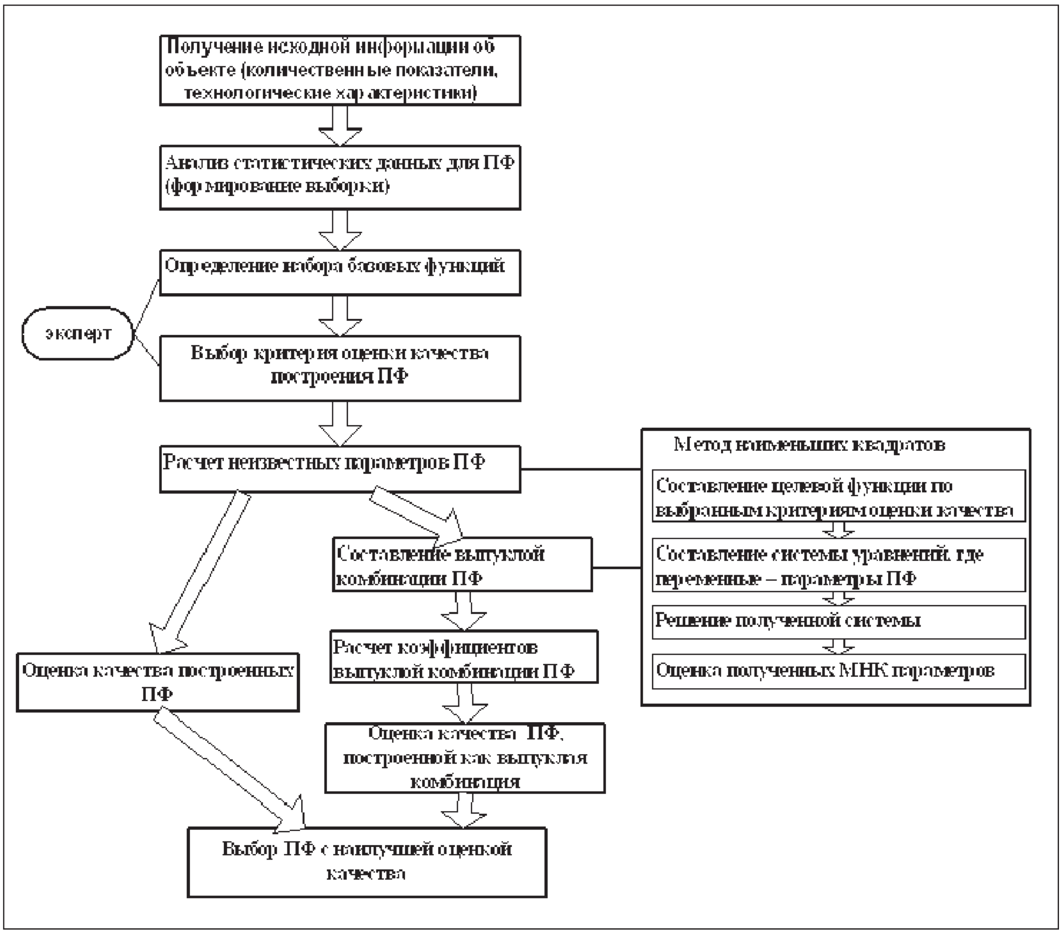

Рис.2. Расчет аналитического вида производственной функции

точек параллелепипеда, т.е. последовательность равномерно распределенных в параллелепипеде точек.

Доказано, что если точки Q_i с декартовыми координатами ($q_{i,1},..,q_{i,r}$) образуют равномерно распределенную последовательность в единичном r - мерном кубе, то точки $A_i = (\alpha_{i,1},..,\alpha_{i,r})$, где $\alpha_{i,j} = \underline{a}_j + (\overline{a}_j - \underline{a}_j)q_{i,j}$, $j = 1,..,r$, образуют равномерно распределенную последовательность в параллелепипеде Π . Кроме того, сужение множества равномерно распределенных последовательностей в параллелепипеде Π до точек принадлежащих $G \subset \Pi$, не влияет на их равномерную распределенность [15]. Т.о. задача сводится к отысканию точек Q_i .

Для расчета Q_i предлагается использовать $ЛП_\tau$ -последовательности (последовательности Соболя), которые являются наиболее равномерно распределенными из всех известных в настоящее время последовательностей. Существует несколько алгоритмов расчета последовательностей Соболя: исходный алгоритм, арифметический, сверхбыстрый. Особенностью арифметического алгоритма является непосредственное использование некоторых табулированных величин и простота математического аппарата при расчетах. К недостаткам алгоритма относится медленная скорость расчетов, при достаточно большом числе искомых пробных точек $N > 10^4$. Сверхбыстрый алгоритм рассчитывает каждую последующую точку по предыдущей используя код Грея и только логические операции [16], что обеспечивает ему высокую скорость расчетов даже при больших N .

Приведем арифметический алгоритм дискретизация множества Π :

1. Исходные данные:

N - число искомых пробных точек Π , ($N \le 2^{20}$);

$r_j^{(l)}$ - числители направляющих чисел, табулированные величины, $j \le 51$, $l \le 20$ (см., например [15]).

2. $i = 1$.

3. $m = 1 + [\ln i / \ln 2]$, [] – целая часть числа.

4. Расчет Q_i =($q_{i,1},..,q_{i,r}$),

где $q_{i,j} = \sum_{k=1}^{m} 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^{m} [2\{i2^{-l}\}][2\{r_j^{(l)} 2^{k-1-l}\}] \right\}$, $\forall j = 1,..,r$,

{} – дробная часть числа.

5. Расчет $A_i = (\alpha_{i,1},..,\alpha_{i,r})$, где $\alpha_{i,j} = \underline{a}_j + (\overline{a}_j - \underline{a}_j)q_{i,j}$, $j = 1,..,r$.

6. Если $i < N$, то $i = i + 1$ и переход к шагу 3, иначе – найдено $A = \{A^1,..,A^N\}$.

Рассмотрим теперь возможности применения МИПП для решения задачи (1) –(17). Переменными в задачи (1)-(17) являются: валовой выпуск ХС ($X_i(t)$), ресурсы ($L_i(t)$, $K_i(t)$), доли распределения ресурсов (β_i , δ_i), величина конечного продукта ($Y_i(t)$) и прибыль ХС ($\Pr_i(t)$), $i = \overline{1,n}$; $t = t_0, t_0 + 1,...,T$. Особенностью задачи (1)-(17) является отсутствие параметрических ограничений на некоторые переменные ($X_i(t)$, $L_i(t)$, $K_i(t)$), поэтому для ее решения был разработан алгоритм, включающий некоторые из этапов МИПП.

С учетом вышесказанного основные этапы решения задачи (1)-(17) приведены на рис. 3.

Перейдем к описанию оценки состоятельности рассматриваемого комплекса методов решения задачи. Метод моделирования будем называть состоятельным, если с его помощью можно при наличии связи (зависимости) между входными и выходными процессами системы, количественно оценить эту связь, решить

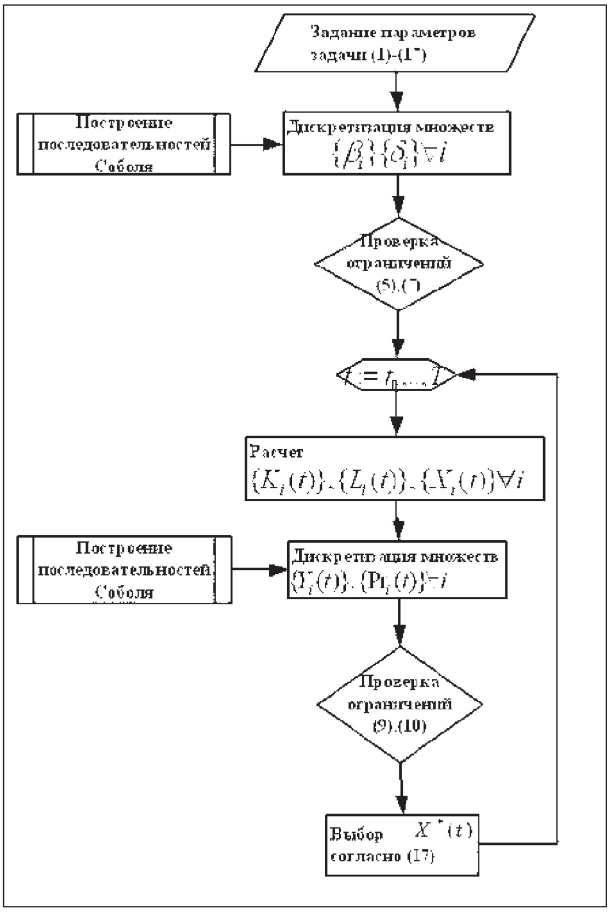

Рис.3. Блок-схема поиска траектории развития РЭС.

вопрос о существовании модели (идентифицируемости системы) и получить математические выражения модели системы [17].

Анализ состоятельности комплекса методов моделирования столь сложного объекта как РЭС требует привлечения экспертов практически на всех этапах исследования:

- оценка исходной информации (качественной, статистической и др.), характеризующей региональную экономику. Результатом такой оценки должно быть решение о возможности ее рассмотрения как единого сложного объекта, к которому применим системный подход.

- создание модели, описывающей развитие РЭС. На данном этапе необходимы рекомендации экспертов относительно способов описания рассматриваемой региональной экономики как системы (выделение элементов, существенных связей), рекомендации по возможным видам аналитических соотношений, связывающих затраты ресурсов с величиной выпуска ХС, указание важных особенностей экономики региона, которые должны быть учтены как параметры, ограничения и т.д.;

- оценка приемлемости результатов, полученных после расчетов модели. На основе знаний и опыта экспертов необходимо составить представление об адекватности модели, соотносимости ее с реальными процессами, протекающими в экономике региона.

Т.о. состоятельность построенной модели, качественных характеристик процесса поиска оптимальной траектории развития РЭС, вида закономерностей, используемых в модели, оценивается экспертами. В то время как состоятельность используемых математических методов (МИПП, МНК) состоит в теоретическом обосновании применимости данных методов и количественном анализе их работы.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ

Расчеты траектории развития проводились по данным Воронежской области, опубликованным в открытой печати [18].

В качестве исходных данных для расчета производственных функций использовались ряды таких показателей как основные фонды, затраты на оплату труда, валовой региональный продукт за 1998-2006 годы по 7 агрегированным отраслям:

1. промышленность;
2. сельское хозяйство;
3. строительство;
4. транспорт и связь;
5. торговля и коммерческая деятельность по реализации товаров и услуг;
6. отрасли, оказывающие нерыночные услуги;
7. другие отрасли.

Методом наименьших квадратов были восстановлены линейная производственная функция, производственные функции Кобба-Дугласа и Аллена. Остаточная дисперсия при построении функции Аллена достаточно велика, что может быть объяснено ограничениями на применение данной функции, используемой в основном для описания мелкомасштабных производственных систем с ограниченными возможностями переработки ресурсов.

Наилучшие показатели регрессионной статистики получены при аппроксимации данных функцией Кобба-Дугласа. Результаты восстановления аналитического вида производственных функций вида $Y = a_0 L^{a_1} K^{a_2}$ для отраслей – элементов системы, приведены в таблице 1.

Следует отметить, что показатели регрессионной статики таблицы 1 получены для линеаризованных данных, отклонения рассчитанных значений от реальных по абсолютным величинам получаются довольно большими, в частности, по отраслям промышленность и сельское хозяйство. Возможным выходом может быть разбиение отраслей с наибольшим ВРП по Воронежской области на подотрасли. В целом, можно говорить о состоятельности построенной модели для восстановления производственной функции отраслей РЭС.

Построенные производственные функции использовались при расчете модели (1)-(17). Строилась траектория развития РЭС на 3 года ($T = 3$), в качестве основного показателя выступает валовой региональный продукт отраслей $X_i(t)$, $i = \overline{1,7}$. Из-за ограничений объема публикации приведем здесь лишь результаты расчета модели и некоторые выводы без исходных данных.

В таблице 2 приведены полученные значения основных переменных модели.

Т.о. суммарный ВРП по Воронежской области, рассчитанный по модели в 2005 году – 139855,3 млн.руб. по сравнению с реальным – 136152.7 млн.руб., 2006 год – 171525,7 млн.руб. (158881 млн.руб.), 2007 год – 203354,9 млн. руб.(194300 млн.руб). Для проведения более

Таблица 1.

Результаты восстановления аналитического вида производственных функций

Отрасли / Параметры	1	2	3	4	5	6	7
a	249.777	12.80	47.95	59.69	40.23	20.30	35.34
a_1	0.9309	0.624	0.9997	0.9987	0.99	0.7134	0.955
a_2	0.2339	0.369	0.0003	0.0011	0.01	0.2828	0.045
Остат.сумма квадратов	0.0162	0.020	2.6301	1.6640	0.0004	0.0071	0.0004
Коэффициент детер-минир. R^2	0.995	0.994	0.999	0.999	0.999	0.997	0.999

Таблица 2.

Результаты расчетов модели (1)-(17)

	Промышленность	Сельское хозяйство	Строительство	Транспорт и связь	Торговля	Нерын. услуги	Другие отрасли
Валовой выпуск, $X_i(t)$, млн. руб.							
2005	46020,09	27347,7	7166,95	16734,19	7993,9	18643,47	15948,98
2006	46829,02	35611,54	7820,76	27455,27	9084,33	21322,78	43402,02
2007	48166,33	47484,63	8901,64	45168,69	10884,78	25507,45	87241,38
Основные фонды, $K_i(t)$, млн. руб.							
2005	24208,73	29485,56	1921,44	81656	2638,09	15956,37	53077,25
2006	24230,87	30193,72	2073,74	82169,98	2714,64	16134,28	54986,22
2007	24262,46	31204,24	2291,07	82903,41	2823,87	16388,14	57710,24
Трудовые ресурсы, $L_i(t)$, млн. руб.							
2005	438,26	488,46	145,82	278,99	193,87	307,06	359,69
2006	445,98	735,13	159,08	458,02	220,53	369,02	1024,61
2007	458,72	1142,91	181,01	753,99	264,62	471,47	2123,87
Потребление, $Y_i(t)$, млн. руб.							
2005	123,24	301,94	246,48	277,29	566,9	246,48	449,83
2006	190,1	465,75	380,21	427,73	874,48	380,21	693,88
2007	300,65	736,58	601,29	676,45	1382,97	601,29	1097,36

точных расчетов необходимо введение в модель дополнительных ограничений, в частности, в явном виде необходимо учесть изменение уровня цен.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье описан механизм поиска траектории сбалансированного роста региональной экономической системы. Экспериментальные расчеты в целом показали состоятельность используемых методов для расчетов модели, а также подтвердили наличие сбалансированного роста в системе. В дальнейшем для повышения точности восстановления аналитического вида производственной функции предполагается выделить дополнительную переменную – активную часть капитала (сырье). Кроме того, в основной модели необходимо проанализировать наряду с ВРП другие показатели развития региональной экономики, а также описать источники финансирования ресурсов, определить общий объем имеющихся средств, уточнить механизмы их распределения между хозяйствующими субъектами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гранберг, А. Г.* Многорегиональные системы: экономико-математическое исследование [Текст] / А. Г. Гранберг, В. И. Суслов, С. А. Суспицын. – Новосибирск: Сибирское Научное Издательство, 2007. - 371 с.

2. *Новиков, Д. А.* Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем [Текст] / Д.А. Новиков. – М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. – 150 с.

3. *Баева Н. Б.* Об одном подходе к согласованию интересов в активной системе с неформальной структурой связи [Текст] / Н. Б. Баева, Ю. В. Бондаренко, Сборник научных трудов международной конференции «Современные сложные системы управления», 26-28 мая 2003 г. – Воронеж, 2003. – 1 т. – с. 82-86.

4. *Лексин В. Н.* Государство и регион. Теория и практика государственного регулирования территориального развития [Текст] / В. Н. Лексин, А. Н. Швецов. – М.: ЛКИ, 2007. – 368 с. – ISBN 978-5-382-00302-3.

5. *Пчелинцев О. С.* Региональная экономика в системе устойчивого развития [Текст] / О. С. Пчелинцев. - М: Наука, 2004. - 260 с. - ISBN 5020327670.

6. *Бурков В. Н.* Модели и методы оптимизации региональных программ развития [Текст] / В. Н. Бурков, Н. Г. Андронникова, С. А. Баркалов, В. Н. Бурков, А. М. Котенко. - М.: ИПУ РАН, 2001. - 60 с.

7. Приоритеты социально-экономического развития регионов: вопросы теории, методологии, практики. [Текст]: кол.монография / А. И. Татаркин, О. А. Романова, Н. И. Данилов и др. - Екатеринбург: УрО РАН, 2000.

8. *Байрейтер У.* Региональные инструменты финансирования [Текст] / У. Байрейтер. - ЭКО. – 2000. – № 2. – С. 100-104

9.*Клейнер Г. Б.* Производственные функции: теория, методы, применение [Текст] / Г. Б. Клейнер – М.: Финансы и статистика, 1986. – 240 с.

10.*Баркалов Н. Б.* Производственные функции в моделях экономического роста [Текст] / Н. Б. Баркалов – М.: МГУ, 1981. – 256 с.

11.*Клейнер Г. Б.* Методы анализа производственных функций [Текст] / Г. Б. Клейнер – М.: Информэлектро, 1980. – 192 с.

12. *Баскаков А. Г.* Лекции по алгебре [Текст]: учеб.пособие / А. Г. Баскаков – Воронеж: типография ВГУ, 2004. – 306 с.

13. *Dennis J. E.* Nonlinear least-squares [Text] / *State of the Art in Numerical Analysis* ed. D. Jacobs – Academic Press, 1977. – pp 269-312.

14. *Mor J. J.* “The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory” [Text] / *Numerical Analysis*, ed. G. A. Watson, Lecture Notes in Mathematics – Springer Verlag, 1977. – pp 105-116.

15. *Соболь И. М.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями [Текст] / И. М. Соболь, Р. Б. Статников – М.: Дрофа, 2006. – 175 с.

16.*Антонов И. А.* Экономичный способ вычисления ЛП$_\tau$-последовательностей [Текст] / И. А. Антонов, В. М. Салеев //Журн.вычисл. мат. и мат. физ. –1979–19. –№1. – с.243-245.

17. *Пащенко Ф. Ф.* Введение в состоятельные методы моделирования систем [Текст]: учеб.пособие в 2-х ч. Ч.1. Математические основы моделирования систем./Ф.Ф. Пащенко. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 328 с.

18. *Регионы России.* Социально-экономические показатели. 2007 [Текст]: стат.сб. / Росстат. – М., 2007. – 991 с. – ISBN 978-5-89476-240-1.

Ворогушина Дарья Вадимовна - аспирант, ассистент, кафедра «Математические методы исследования операций», Воронежский государственный университет, E-mail: voroguda@mail.ru, т. 8- 909 214 40 35.

Vorogushina D.V. - post-graduate student assistant, Department of Applied Mathematics, Mechanics and Informatics Mathematical Methods of Operations Research, Voronezh State University, E-mail: voroguda@mail.ru