

АЛГОРИТМ МНОГОКРАТНОГО ИЗМЕРЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ИСТОЧНИКА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ КОНТРПОМЕХ

М. П. Сличенко

ФГНИИЦ РЭБ ОЭСЗ МО РФ

Поступила в редакцию 20.05.2008 г.

Аннотация. С использованием процедуры проверки статистических гипотез найдены оценки координат источников федингующих радиосигналов на основе их энергетического обнаружения и синхронного измерения амплитуды в пространственно разнесенных точках на фоне стационарных гауссовских узкополосных помех (ГУП) и дельта коррелированного гауссовского белого шума (ГБШ).

Ключевые слова: проверка статистических гипотез, радиосигналы, гауссовские узкополосные помехи, гауссовский белый шум.

Abstract. With use of procedure of check of statistical hypotheses characteristics of an estimation of coordinates of sources fading radio signals are investigated on the basis of their power detection and synchronous measurement of amplitude in spatially carried points on a background stationary gauss narrow-band handicapes and gauss white noise.

Key words: check of statistical hypotheses, radio signals, gauss narrow-band handicapes, gauss white noise.

ВВЕДЕНИЕ

Для повышения эффективности радиоконтроля в условиях сложного рельефа местности и городской застройки представляет интерес разработка способов оценки координат источников радиоизлучения (ИРИ) при априорной неопределенности формы сигналов, а также многолучевой структуре и флюктуациях характеристик затухания радиоволн на трассах распространения.

В [1] получены потенциальные среднеквадратические ошибки (СКО) местоположения излучателей (x, y) по результатам синхронных однократных измерений амплитуды электрического поля E_i в $I \geq 3$ пространственно разнесенных точках (x_i, y_i) , $i = 1 \dots I$. Координаты источника определяются путем нахождения расстояний $R_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$, пропорциональных амплитуде E_i в степени одна вторая [2], и точки пересечения линий положения, соответствующих измеренным значениям амплитуды напряженности.

Вместе с тем, за счет возможного пропуска сигналов при отсутствии устойчивого приема в каждой из I позиций, влияния помех, создаваемых различными радиоэлектронными средствами, энергодоступными в зоне разведки, ин-

терференционных искажений и фединга амплитуды радиоволн вследствие многолучевого распространения реально достижимые СКО измерения координат объектов, как правило, значительно превосходят потенциальные значения.

Цель работы — анализ достижимой точности оценки координат ИРИ в условиях многолучевого распространения и приема радиосигналов на фоне ГУП и ГБШ.

1. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ ФЕДИНГУЮЩИХ РАДИОСИГНАЛОВ НА ФОНЕ ГАУССОВСКИХ УЗКОПОЛОСНЫХ ПОМЕХ И БЕЛОГО ШУМА

Блок-схема i -го энергетического обнаружителя — измерителя амплитуды радиосигналов ($i = 1 \dots I$) со сканированием контролируемого диапазона частот приведена на рис. 1.

Энергетический обнаружитель выполнен в виде последовательно соединенных предварительного полосового фильтра, квадратичного устройства и интегратора сигналов на интервале времени длительностью T . Выходная статистика последнего поступает на пороговое устройство для сравнения с пороговым уровнем, обеспечивающим заданную вероятность ложной тревоги (ошибки первого рода). На выходе

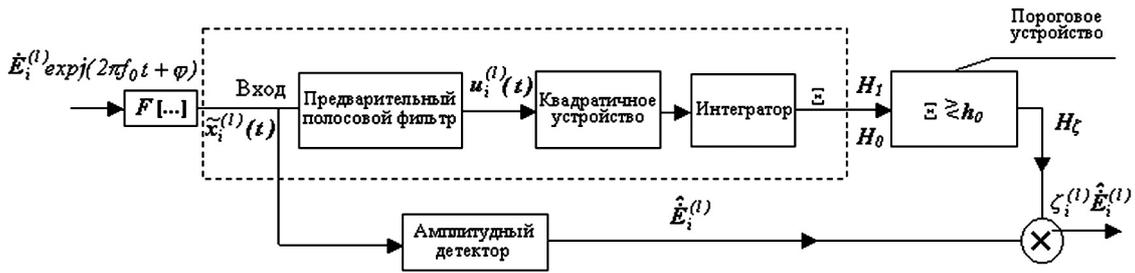


Рис. 1. Блок-схема i -го энергетического обнаружителя — измерителя амплитуды радиосигналов

измерителя амплитуды радиосигналов формируется напряжение, соответствующее оценке \hat{E}_i амплитуды поля E_i . Далее осуществляется сопоставление решения о наличии (гипотеза H_1) либо отсутствии (гипотеза H_0) радиосигнала с оценкой \hat{E}_i .

Будем полагать, что сигналы ИРИ являются узкополосными и квазидетерминированными с амплитудой, распределенной по закону Накагами [3] с параметром многолучевости $p \gg 1$. Выбранное распределение отражает типовые статистические закономерности распространения радиоволн на городских радиотрассах и над поверхностями сложного профиля с большим числом локальных отражателей [4]. Расстояния между приемными пунктами значительно превышают длину волны λ , поэтому выборочные значения амплитуды поля \hat{E}_i некоррелированы [2, 4].

На вход i -ого энергетического обнаружителя ($i = 1 \dots I$) при l -ом измерении координат ИРИ ($l = 1 \dots L$) поступает сигнал

$$\tilde{x}_i^{(l)}(t, \tilde{\Lambda}) = \zeta_i^{(l)} \tilde{s}_i^{(l)}(t, \tilde{\Lambda}) + \tilde{n}(t) + \sum_{m=1}^M \tilde{\beta}_{im}(t), \quad (1)$$

$$t = [t_l, t_l + \tau],$$

представляющий собой аддитивную смесь узкополосного радиосигнала $\tilde{s}_i^{(l)}(t, \tilde{\Lambda})$ с вектором оцениваемых координат ИРИ $\tilde{\Lambda} = (x, y)$, дельта коррелированного ГБШ $\tilde{n}(t)$ с физической спектральной плотностью N_{00} и M стационарных ГУП $\tilde{\beta}_{im}(t)$ при реализации гипотезы H_1 или только шумовой фон при гипотезе H_0 . Априори неизвестный бинарный параметр $\zeta_i^{(l)}$ принимает значение 0 или 1, совпадающее с индексом гипотезы.

Зависимость поля ИРИ от времени представляема гармоническим процессом с частотой несущей f_0 . Взаимосвязь (1) и амплитуды E_i определяется соотношением

$$\max_t \tilde{x}_i^{(l)}(t, \tilde{\Lambda}) = F[E_i^{(l)}], \quad t = [t_l, t_l + \tau], \quad (2)$$

где $F[\dots]$ — функционал, характеризующий преобразование волновых процессов в антенно-фидерной системе обнаружителя-измерителя амплитуды сигнала [5]. За счет многолучевого распространения и наличия аддитивных ГУП и ГБШ величина E_i на l -ом интервале времени в i -ой точке приема имеет вид

$$E_i^{(l)}(x, y) = s_0 \frac{C_i^{(l)}(x, y)}{R_n^2} + \xi, \quad (3)$$

где вид $C_i^{(l)}(x, y)$, характеризующий затухание радиоволн на трассах, определен в [2], ξ_0 — величина, распределенная по закону Накагами, $\xi = F^{-1} \left[\tilde{n}(t_l) + \sum_{k=1}^M \tilde{\beta}_{im}(t_l) \right]$ — релеевская случайная величина, отражающая факт наличия ГБШ и ГУП, показатель «-1» означает вычисление функционала, обратного $F[\dots]$. Для компактности записи в последующих аналитических выражениях вместо функций $C_i^{(l)}(x, y)$ и $E_i^{(l)}(x, y)$ будем использовать величины $C_i^{(l)}$ и $E_i^{(l)}$, подразумевая их зависимость от координат ИРИ.

Полагая, что ширина полосы пропускания входного фильтра в 2—3 раза превышает ширину спектра радиосигнала Δf_0 , а отстройка центральной частоты приемного канала и рабочей частоты ИРИ f_0 мала по сравнению с Δf_0 , выходной сигнал фильтра представим в виде:

$$u_i^{(l)}(t, \tilde{\Lambda}) = \zeta_i^{(l)} s_i^{(l)}(t, \tilde{\Lambda}) + n(t) + \sum_{m=1}^M \beta_{im}(t), \quad (4)$$

$$t = [t_l, t_l + \tau],$$

где $n(t) + \sum_{m=1}^M \beta_{im}(t)$ — профильтрованный шумовой фон,

$$s_i^{(l)}(t, \tilde{\Lambda}) = A_{il}U(t) \cos(2\pi f_0 + \psi_i + \varphi), \quad (5)$$

$$t = [t_l, t_l + "],$$

$U(t)$ — огибающая радиосигнала, A_{il} , φ и ψ_i — его амплитуда, распределенная по закону Накагами, начальная фаза и дополнительный фазовый набег при распространении до i -го обнаружителя.

Опуская для компактности записи в последующих выражениях вектор координат ИРИ $\tilde{\Lambda} = (x, y)$, а также индексы i и l , выразим выходной сигнал фильтра (3) через синфазные $s_s(t)$, $n_s(t)$, $\beta_{sm}(t)$ и квадратурные $s_c(t)$, $n_c(t)$, $\beta_{sm}(t)$ составляющие $s(t) \equiv s_i^{(l)}(t, \tilde{\Lambda})$, $n(t)$, $\beta_m(t) \equiv \beta_{im}(t)$ соответственно:

$$u(t) \equiv u_i^{(l)}(t, \tilde{\Lambda}) = [s_c(t) + n_c(t)] \times$$

$$\times \cos(2\pi f_0 t) - [s_s(t) + n_s(t)] \sin(2\pi f_0 t) + \quad (6)$$

$$+ \sum_{m=1}^M [\beta_{sm}(t) \cos(2\pi f_{0m} t) - \beta_{sm}(t) \sin(2\pi f_{0m} t)].$$

Спектральная плотность мощности ГУП (при $m = 1 \dots M$) и профильтрованного ГБШ (при $m = 0$) имеет вид

$$R_m(f) = \frac{N_m}{2} \left[I\left(\frac{f_{0m} - f}{\Delta f_{0m}}\right) + I\left(\frac{f_{0m} + f}{\Delta f_{0m}}\right) \right], \quad (7)$$

$$m = 0 \dots M,$$

где N_m и f_{0m} — односторонняя спектральная плотность мощности и центральная частота помех и шума при $f_0 - \frac{\Delta f_0}{2} \leq f_{0m} \leq f_0 + \frac{\Delta f_0}{2}$;

$$I(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 0,5, \\ 0, & |x| > 0,5 \end{cases} \text{ — единичный индикатор.}$$

Вводя обозначения:

$$\begin{cases} s_c(t) + n_c(t) \equiv y_{c0}(t), \\ s_s(t) + n_s(t) \equiv y_{s0}(t), \end{cases} \quad (8)$$

решающая статистика энергетического обнаружителя примет вид

$$\Xi' = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^M \int_{t_i}^{t_i+T} [y_{ck}^2(t) + y_{sk}^2(t)] dt,$$

$$\begin{cases} \beta_{cm}(t) \equiv y_{cm}(t), \\ \beta_{sm}(t) \equiv y_{sm}(t), \end{cases} \quad (9)$$

$$\Delta f_0 = \Delta f_{0m} \Big|_{m=0}.$$

На основе теоремы отсчетов Котельникова с учетом того, что отсчеты синфазной и квадра-

турной помеховых составляющих являются гауссовскими величинами с одинаковыми параметрами распределения, из (9) следует:

$$\Xi' = \sum_{k=0}^M \frac{N_k}{2} \sum_{m=0}^{D_k} x_{km}^2 = (N_{02})_0 \chi_{\lambda_0, B_0}^2 + \quad (10)$$

$$+ \sum_{k=1}^M (N_{02})_k \chi_{B_k}^2 = \sum_{k=1}^M (N_{02})_k \chi_{\lambda_k, B_k}^2,$$

где $D_k = 2T \cdot f_{0k}$ — база обработки k -ой помеховой составляющей, $(N_{02})_k$ — ее двусторонняя спектральная плотность мощности;

$$x_{km} = \frac{y_{km}}{\sqrt{N_k \Delta f_{0k}}}, \quad y_{km} \equiv y_k \left(\frac{m}{f_{0k}} \right), \quad \chi_{B_k}^2 \text{ и } \chi_{\lambda_k, B_k}^2$$

— случайные величины, имеющие соответственно центральное и нецентральное хи-квадрат распределение с параметром нецентраль-

ности $\gg_k = \frac{\delta_{0k}}{N_k \Delta f_{0k}} \sum_{m=0}^{D_k} s^2 \left(\frac{m}{f_{0k}} \right)$ и числом степе-

ней свободы $B_k = D_k + 1$; δ_{ij} — символ Кронекера.

Выполняя соответствующие преобразования, представим (10) в виде

$$\Xi = \frac{1}{\sum_{k=0}^M (N_{02})_k} \sum_{k=0}^M (N_{02})_k \chi_{\lambda_k, D_k}^2 = \sum_{k=0}^M \tilde{N}_k \chi_{\lambda_k, D_k}^2, \quad (11)$$

$$\Xi | H_0 = \sum_{k=0}^M \tilde{N}_k \chi_{B_k}^2, \quad \Xi | H_1 = \sum_{k=0}^M \tilde{N}_k \chi_{\lambda_k, B_k}^2,$$

откуда следует, что решающая статистика на выходе энергетического обнаружителя Ξ имеет гипер-хи-квадрат распределение. В том случае, когда шумовой фон представлен лишь ГБШ ($M = 0$), статистика удовлетворяет нецентральному хи-квадрат распределению. Вследствие статистической независимости слагаемых в выражении для статистики $\mathbf{h} | H_0$, ее характеристическая функция $\Theta_{\Xi | H_0}(j\eta)$ имеет вид

$$\Theta_{\Xi | H_0}(j\eta) = \prod_{k=0}^M \Theta_{\chi_{B_k}^2}(j\eta \tilde{N}_k) = \quad (12)$$

$$= \prod_{k=0}^M (1 - 2j\eta \tilde{N}_k)^{-B_k/2},$$

где $\Theta_{\chi_{B_k}^2}(j\eta \tilde{N}_k)$ — одномерная характеристическая функция центрального хи-квадрат распределения с числом степеней свободы B_k .

Представляя правую часть (12) в виде суммы дробей, находим

$$\begin{aligned} \Theta_{\Xi|H_0}(j\eta) &\approx \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i \Theta_\gamma(j\eta|2\tilde{N}_k, i) = \\ &= \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i (1 - j\eta 2\tilde{N}_k)^{-i}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $[\tilde{w}]$ — целая часть \tilde{w} ; $\Theta_\gamma(j\eta|a, b)$ — характеристическая функция гамма распределения с параметрами a и b [3], коэффициенты $\tilde{\beta}_k^j$ найдены в [6]. Знак приближенного равенства в (19) возникает за счет округления величины $B_k/2$ до целого значения $[B_k/2]$.

Таким образом, для плотности вероятности статистики Ξ в случае реализации гипотезы H_0 получаем:

$$W_{\Xi|H_0}(\vartheta) = \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i \frac{\exp\left\{-\frac{\vartheta}{2\tilde{N}_k}\right\} \vartheta^{i-1}}{(2\tilde{N}_k)^i \Gamma(i)}, \quad (14)$$

где $\Gamma(\dots)$ — гамма-функция [3]. Учитывая связь гамма распределения с центральным хи-квадрат распределением, а нецентрального хи-квадрат с центральным [3], получим выражение для плотности вероятностей статистики $\Xi|H_1$:

$$\begin{aligned} W_{\Xi|H_1}(\vartheta) &= \\ &= \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{\beta}_k^i \exp\left(-\frac{\lambda'_k}{2}\right) \frac{\left(\frac{\lambda'_k}{2}\right)^n \exp\left\{-\frac{\vartheta}{2\tilde{N}_k}\right\} x^{i+n-1}}{n! (2\tilde{N}_k)^{i+n} \Gamma(i+n)}, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda'_k &= A^2 Q_k^2, \\ Q_k^2 &= \delta_{0k} \frac{\tilde{N}_k}{N_k \Delta f_{0k}} \sum_{j=1}^{[B_k/2]} U^2(j/\Delta f_{0k}) = \\ &= \delta_{0k} \left(2\mathfrak{E}_k / \sum_{k=0}^M N_k \right), \\ \mathfrak{E}_k &= \frac{1}{2\Delta f_{0k}} \sum_{j=1}^{[B_k/2]} U^2(j/\Delta f_{0k}). \end{aligned}$$

Плотность вероятности (15) можно трактовать как условную плотность вероятности относительно случайной амплитуды принимаемого сигнала. Условная характеристическая функция статистики $\Xi|H_1$ имеет вид

$$\begin{aligned} \Theta_{\Xi|H_1}(j\eta|A) &= \\ &= \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i (1 - 2j\eta\tilde{N}_k)^{-i} \exp\left\{\frac{j\eta Q_k^2 \tilde{N}_k}{1 - 2j\eta\tilde{N}_k}\right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Безусловную характеристическую функцию статистики $\Xi|H_1$ найдем посредством усредне-

ния (16) по амплитуде с законом распределения Накагами

$$\begin{aligned} \Theta_{\Xi|H_1}(j\eta|A) &= \\ &= \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i (1 - 2j\eta\tilde{N}_k)^{p-i} \left[1 - 2j\eta\tilde{N}_k \left(1 + \frac{Q_k^2}{2p} \right) \right]^{-p}, \\ \Xi|H_1 &= \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i \left[\chi_{2(i-p)}^2 + \delta_{0k} \gamma_{2\tilde{N}_k \left(1 + \frac{Q_k^2}{2p} \right), p} \right]. \end{aligned}$$

Одномерная безусловная плотность вероятности решающей статистики энергетического обнаружителя определяется выражением

$$\begin{aligned} W_{\Xi|H_1}(\vartheta) &= \\ &= \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i \frac{\left(1 + \frac{Q_k^2}{2p} \right) \exp\left(-\frac{\vartheta}{2\tilde{N}_k}\right) \vartheta^{i-1}}{(2\tilde{N}_k)^i \Gamma(i)} {}_1F_1(p, i, \alpha_k \vartheta), \end{aligned} \quad (17)$$

$$W_{\Xi|H_0}(\vartheta) = \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i \frac{\exp(-\vartheta/2\tilde{N}_k) \vartheta^{i-1}}{(2\tilde{N}_k)^i \Gamma(i)}, \quad (18)$$

где $\alpha_k = \frac{Q_k^2/2p}{2\tilde{N}_k(1+Q_k^2/2p)}$, ${}_1F_1(a, b, x)$ — кон-

флюэнтная гипергеометрическая функция Куммера [3]. С учетом (17), (18), выражения для вероятностей ложной тревоги и правильного обнаружения имеют вид:

$$\begin{aligned} F(h_0) &= \sum_{k=0}^M \sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i \left[1 - \gamma(i, h_0/2\tilde{N}_k) \right], \quad (19) \\ D(h_0) &= \sum_{k=0}^M \left[\sum_{i=1}^{[B_k/2]} \tilde{\beta}_k^i \left[1 - \frac{\left(1 + \frac{Q_k^2}{2p} \right)^{i-p}}{B^*(p, i-p)} \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \int_0^1 t^{p-1} \frac{(1-t)^{i-p-1}}{\left(1 + \frac{Q_k^2 t}{2p + Q_k^2} \right)^i} \gamma(i, h_1(t, k)) dt \right] \right] \quad (20) \end{aligned}$$

где $h_1(t, k) = \frac{h_0}{2\tilde{N}_k} \left(1 - \frac{\delta_{0k} Q_0^2 t}{2p + \delta_{0k} Q_0^2} \right)$, $\gamma(a, x)$ —

нормированная неполная гамма-функция; $B^*(a, b)$ — бета-функция при $\text{Re } a, \text{Re } b \geq 0$ или её интегральное представление

$$B(a, b) = \int_0^1 t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt \quad \text{при } \text{Re } a, \text{Re } b < 0 \quad [3],$$

h_0 — пороговый уровень, обеспечивающий заданную величину ошибки первого рода F_0 .

На рис. 2 представлены зависимости $F(h_0)$, а на рис. 3 — зависимости $D(h_0)$ при приеме сигнала на фоне ГБШ (сплошные линии), а также шумового фона с одной (пунктирные линии) и двумя (штриховые линии) ГУП. Интенсивности k -ой и $(k+1)$ -ой помех удовлетворяют соотношению $N_{k+1}/N_k = \sqrt{10}$, $k = 0, 1$

Установлено, что при пороге h_0 , обеспечивающем вероятность ложной тревоги $10^{-5} \dots 10^{-3}$, за счет добавления одной ГУП величина $D(h_0)$ снижается с 0,81...0,87 до 0,53...0,62; при воздействии двух ГУП происходит дополнительное снижение вероятности правильного обнаружения сигнала до 0,13...0,22.

В табл. приведены значения нормированных пороговых уровней $\kappa_k = h_{0k}/h_0$, обеспечивающих требуемую вероятность ложной тревоги F_0 ; величина h_{0k} соответствует пороговому уровню, который должен быть достигнут для сохранения заданной вероятности ошибки первого рода при воздействии k помех. Отношение сигнал-шум, нормированное на параметр многолучевости, принималось равным 10дБ; $Q_0^2 = 17$ дБ.

Согласно представленным результатам, при уменьшении вероятности ложной тревоги для отношения k -ого и $(k+1)$ -ого пороговых уровней выполняется условие:

$$h_{0k+1}/h_{0k} \xrightarrow{F_0 \rightarrow 0} N_{k+1}/N_k. \quad (21)$$

2. ОЦЕНКА КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ РАДИОСИГНАЛОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ АМПЛИТУДЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Математические ожидания $j(\hat{E}_i^{(l)})$ и дисперсии $\Gamma^2(\hat{E}_i^{(l)})$ амплитуды поля (3) при $p \gg 1$ определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \mu(\hat{E}_i^{(l)}) &= \sqrt{p} \frac{\mu_c^{(l)}}{R_i^2} + \frac{\sqrt{\pi G}}{2}, \\ \sigma^2(\hat{E}_i^{(l)}) &= 0,2G + \frac{(\sigma_c^{(l)})^2}{R_i^4}. \end{aligned} \quad (22)$$

где $j_c^{(l)}$ — математическое ожидание коэффициентов $C_i^{(l)}$, $G = 2 \sum_{k=0}^M N_k \Delta f_{0k}$, $\langle \dots \rangle$ — оператор статистического усреднения. Вследствие конечной величины дисперсии шумового фона

Таблица 1.

Нормированные пороговые уровни, обеспечивающие требуемую вероятность ложной тревоги энергетического обнаружителя

F_0	10^{-3}			10^{-4}			10^{-5}		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
$\kappa_k = h_{0k}/h_0$	1	3,071	8,253	1	3,061	8,354	1	3,056	8,453
$D(h_{0k})$	0,87	0,62	0,22	0,83	0,57	0,17	0,81	0,53	0,13

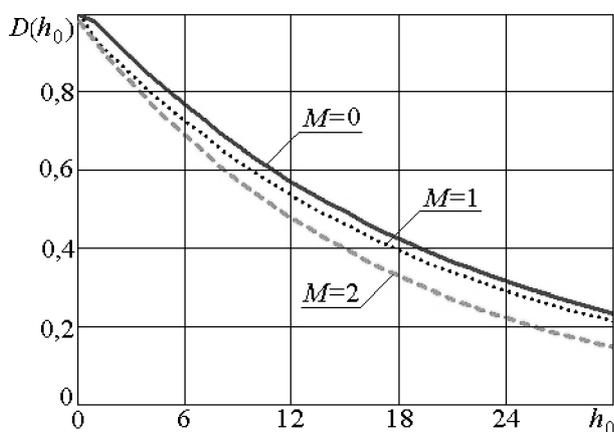


Рис. 2. Зависимость вероятности ложной тревоги от величины порога при различной структуре шумового фона.

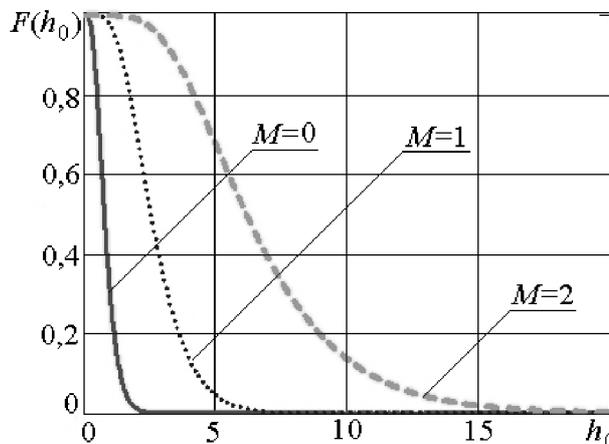


Рис. 3. Зависимость вероятности правильного обнаружения от величины порога при различной структуре шумового фона.

$\Gamma_{\xi}^2 = 0, 2G$ относительная погрешность оценки амплитуды поля зависит от дальности до ИРИ:

$$\mu(\hat{E}_i^{(l)})/\sigma(\hat{E}_i^{(l)}) = \frac{\sqrt{p}\mu_c^{(l)} + \sqrt{\pi G/4R_i^2}}{\sqrt{(\sigma_c^{(l)})^2 + 0, 2GR_i^4}}. \quad (23)$$

По аналогии с [1], функция правдоподобия центрированных величин $Z_i^{(l)} = \sqrt{p}\mu_A^{(l)} - (\zeta_n^{(l)}\hat{E}_i^{(l)} - \sqrt{\pi G/4})R_i^2$ может быть аппроксимирована I -мерным нормальным законом распределения $w(\hat{E}_1^{(l)}, \dots, \hat{E}_I^{(l)})$. Оценка максимального правдоподобия координат излучателя определяется по правилу

$$(\hat{x}_l, \hat{y}_l) = \arg \max_{x, y, \mu_A, \sigma_A} w(\hat{E}_1^{(l)}, \dots, \hat{E}_I^{(l)}). \quad (24)$$

Значения (\hat{x}_l, \hat{y}_l) удовлетворяют системе нелинейных уравнений [1]:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_q} \sum_{i=1}^I (Z_i^{(l)})^2 = 0, \quad q = \overline{1, 3}, \quad (25)$$

$$\alpha_1 = x, \quad \alpha_2 = y, \quad \alpha_3 = \mu_C.$$

Решая систему (25) методом, аналогичным использованному в [1], получаем итеративный алгоритм оценки координат ИРИ для неизвестного в общем случае значения μ_C :

$$x_{(k)}^{(l)} = (x^{(l)} + \Delta x^{(l)})|_{(k-1)}, \quad (26)$$

$$y_{(k)}^{(l)} = (y^{(l)} + \Delta y^{(l)})|_{(k-1)},$$

где

$$\Delta x^{(l)} = \frac{S_2^{(l)}S_4^{(l)} - S_3^{(l)}S_5^{(l)}}{S_0^{(l)}}, \quad \Delta y^{(l)} = \frac{S_1^{(l)}S_5^{(l)} - S_3^{(l)}S_4^{(l)}}{S_0^{(l)}},$$

$$S_0^{(l)} = S_1^{(l)}S_2^{(l)} - (S_3^{(l)})^2,$$

$$S_1^{(l)} = \sum_{i=1}^I (\alpha_i^{(l)})^2 - \frac{1}{I} \left(\sum_{i=1}^I \alpha_i^{(l)} \right)^2,$$

$$S_2^{(l)} = \sum_{i=1}^I (\kappa_i^{(l)})^2 - \frac{1}{I} \left(\sum_{i=1}^I \kappa_i^{(l)} \right)^2,$$

$$S_3^{(l)} = \sum_{i=1}^I \alpha_i^{(l)} \kappa_i^{(l)} - \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \alpha_i^{(l)} \sum_{i=1}^I \kappa_i^{(l)}, \quad (27)$$

$$S_4^{(l)} = \sum_{i=1}^I \alpha_i^{(l)} \gamma_i^{(l)} - \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \alpha_i^{(l)} \sum_{i=1}^I \gamma_i^{(l)},$$

$$S_5^{(l)} = \sum_{i=1}^I \kappa_i^{(l)} \gamma_i^{(l)} - \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \gamma_i^{(l)} \sum_{i=1}^I \kappa_i^{(l)},$$

$$\left\{ \alpha_i^{(l)} \right\} = (\sqrt{\pi G} - 2\zeta_i^{(l)}\hat{E}_i^{(l)}) \left\{ \begin{matrix} (x - x_i) \\ (y - y_i) \end{matrix} \right\},$$

$$\gamma_n^{(l)} = (\sqrt{\pi G} - 2\zeta_i^{(l)}\hat{E}_i^{(l)})R_i^2.$$

В линейном относительно $\hat{E}_i^{(l)}$ приближении оценки (\hat{x}_l, \hat{y}_l) местоположения ИРИ при l -ом измерении являются асимптотически несмещенными и распределены по нормальному закону [1] с дисперсиями Γ_{x1}^2 и Γ_{y1}^2 и коэффициентом корреляции $r_{xy}^{(l)}$:

$$\Gamma_{x1}^2 = \overline{S_2^{(l)}} / 4\overline{S_0^{(l)}},$$

$$\sigma_{yl}^2 = \overline{S_1^{(l)}} / 4\overline{S_0^{(l)}}, \quad (28)$$

$$r_{xy}^{(l)} = \overline{S_3^{(l)}} / \sqrt{\overline{S_1^{(l)}}\overline{S_2^{(l)}}}.$$

где

$$\overline{S_1^{(l)}} = \sum_{i=1}^I \zeta_i^{(l)} \left[0, 2GR_i^4 + (\sigma_c^{(l)})^2 \right] \times$$

$$\times \left\{ \frac{(x - x_i)^2}{R_i^4} - \frac{1}{I} \left(\sum_{i=1}^I \frac{x - x_i}{R_i^2} \right)^2 \right\},$$

$$\overline{S_2^{(l)}} = \sum_{i=1}^I \zeta_i^{(l)} \left[0, 2GR_i^4 + (\sigma_c^{(l)})^2 \right] \times$$

$$\times \left\{ \frac{(y - y_i)^2}{R_i^4} - \frac{1}{I} \left(\sum_{i=1}^I \frac{y - y_i}{R_i^2} \right)^2 \right\}, \quad (29)$$

$$\overline{S_3^{(l)}} = \sum_{i=1}^I \zeta_i^{(l)} (\sqrt{p}\mu_C^{(l)} + \sqrt{\pi G/4R_i^2})^2 \times$$

$$\times \frac{(x - x_i)(y - y_i)}{R_i^4} -$$

$$- \frac{1}{I} \left(\sum_{i=1}^I \zeta_i^{(l)} (\sqrt{p}\mu_C^{(l)} + \sqrt{\pi G/4R_i^2}) \frac{x - x_i}{R_i^2} \right) \times$$

$$\times \left(\sum_{i=1}^I \zeta_i^{(l)} (\sqrt{p}\mu_C^{(l)} + \sqrt{\pi G/4R_i^2}) \frac{y - y_i}{R_i^2} \right).$$

На основе полученных значений (\hat{x}_l, \hat{y}_l) координат ИРИ при многократном ($l = 1 \dots L$) измерении амплитуды поля $E_i^{(l)}$, формируются оценки

$$\hat{x} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \hat{x}_l, \quad \hat{y} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \hat{y}_l. \quad (30)$$

Причем

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{l=1}^L \sigma_{xl}^2}{L^2}, \quad \sigma_y^2 = \frac{\sum_{l=1}^L \sigma_{yl}^2}{L^2},$$

$$r_{xy} = \frac{\sum_{l=1}^L r_{xy}^{(l)} \sigma_{xl} \sigma_{yl}}{\sqrt{\sum_{l=1}^L \sigma_{xl}^2 \sum_{l=1}^L \sigma_{yl}^2}}. \quad (31)$$

При L равнооточных измерениях, когда $\Gamma_{x1}^2 = \Gamma_{0x}^2$, $\Gamma_{y1}^2 = \Gamma_{0y}^2$, $r_{xy}^{(l)} = r_{xy}^{(0)}$, из (31) следует, что $\Gamma_x^2 = \Gamma_{0x}^2/L$, $\Gamma_y^2 = \Gamma_{0y}^2/L$, $r_{xy} = r_{xy}^{(0)}$.

Таким образом, за счет многократности измерений СКО оценок местоположения ИРИ снижается не менее чем в \sqrt{L} без изменения коэффициента корреляции r_{xy} вследствие статистической независимости значений $\hat{E}_i^{(l)}$ в каждый l -ый момент времени.

При отсутствии ГУП и бесконечно большом отношении сигнал-шум, относительная погрешность l -ого измерения амплитуды поля в i -ой точке приема не зависит от дальности до ИРИ:

$$\mu(\hat{E}_i^{(l)}) / \sigma(\hat{E}_i^{(l)}) = \frac{\mu_c^{(l)}}{\sigma_c^{(l)}} \sqrt{p}. \quad (32)$$

При однократных измерениях ($L = 1$) характеристики оценки местоположения объекта имеют вид

$$\sigma_x^2 = p \frac{\overline{\mu_c^2 S_1}}{4\overline{\sigma_c^2 S_0}}, \quad \sigma_y^2 = p \frac{\overline{\mu_c^2 S_2}}{4\overline{\sigma_c^2 S_0}}, \quad (33)$$

$$r_{xy} = \frac{\overline{S_3}}{\sqrt{\overline{S_1 S_2}}},$$

где элементы $\overline{S_0}$, $\overline{S_1}$, $\overline{S_2}$ и $\overline{S_3}$ имеют вид, полученный в [4].

Таким образом, за счет многолучевого распространения радиоволн дисперсии однократных измерений координат возрастают в a раз, а коэффициент корреляции r_{xy} остается неизменным вследствие статистической независимости оценок \hat{x}_l и \hat{y}_l . Как показано в [7], применительно к местности сложного профиля с мелкими локальными неоднородностями показатель ($a=3...5$. Согласно (33), реально достижимые СКО измерения координат ИРИ превышают потенциальные значения [4] в 1,7...2,2 раз.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отношение математического ожидания и СКО оценки амплитуды сигнала прямо пропор-

ционально параметру многолучевости в степени одна вторая, а также обратно пропорциональна дальности до объекта во второй степени и корню квадратному из дисперсии шумового фона. При отсутствии ГУП и бесконечно большом отношении сигнал-шум относительная погрешность измерений амплитуды поля не зависит от дальности до ИРИ.

Отношение дисперсий оценок координат излучателей при наличии и отсутствии многолучевого распространения радиоволн равно параметру многолучевости. При равнооточных измерениях результирующие дисперсии координат снижаются пропорционально длительности серии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уфаев В.А., Афанасьев В.И., Разиньков С.Н. Оценка координат источника радиоизлучения на основе измерений амплитуды электромагнитного поля // Радиотехника, 2003, №10. — С. 71-73.
2. Куликов А.Н., Лавренко Ю.В., Пономарев Г.А., Сильвинский С.В. Ослабление и рассеяние ультракоротких радиоволн в городах и пригородных зонах // Итоги науки и техники. Сер. «Радиотехника». — М.: ВИНТИ, 1991. — Т. 42. — 196с.
3. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. — М.: Наука, 1979. — 80с.
4. Связь с подвижными объектами в диапазоне СВЧ / Под ред. У.К. Джейкса: Пер. с англ. / Под ред. М.С. Ярлыкова, М.В. Чернякова. — М.: Связь, 1979. — 720с.
5. Марков Г.Т., Васильев Е.Н. Математические методы прикладной электродинамики. — М.: Сов. радио, 1970. — 120с.
6. Костылев В.И., Сличенко М.П. Ненагруженное кратное резервирование системы элементами с различными характеристиками интенсивностей отказов // Вестник Воронежского государственного университета. Серия «Физика. Математика». — Воронеж, 2007. — №1. — С.13-15.
7. Быховский М.А. Частотное планирование сетевых сетей подвижной радиосвязи // Электросвязь. — 1993. — №8. — С. 30-32

Сличенко Михаил Павлович — научный сотрудник, ФГНИИЦ РЭБ ОЭСЗ МО РФ. Тел. (4732) 76-95-18, E-mail: smp2008@mail.ru

Slichenko Michail Pavlovich — ingeneer, ФГНИИЦ РЭБ ОЭСЗ МО РФ. Tel. (4732) 76-95-18, E-mail: smp2008@mail.ru