

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В СИСТЕМНОМ АНАЛИЗЕ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ

М. Ф. Тубольцев

Белгородский государственный университет

Рассматривается оригинальный системный подход к решению задач анализа совокупностей финансовых операций. В рамках данного подхода уточняется понятие системы применительно к финансовым операциям (инструментам). Показано, что в рассматриваемой предметной области это понятие является, не декларативным, а дедуктивным (наличие системных свойств не объявляется, а доказывается). Полученные результаты сравниваются с альтернативными статистическими методами.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема анализа совокупностей финансовых операций приобретает все большее значение и в теории, и на практике. Исторически сложилось, что вероятностные и статистические методы доминируют в этой области. Успешное применение этих методов в задачах анализа портфелей ценных бумаг [1] породило целое направление в финансовой математике [2].

Статистика — универсальная научная дисциплина. Статистические методы применяются во многих областях науки и техники, экономике и финансах. Часто методы статистики являются наиболее естественным средством количественного анализа. Часто, однако, быстрое развитие той или иной прикладной области создает проблемы, причем сами проблемы обнаруживаются не сразу и скрыты за математическим аппаратом, являясь по сути концептуальными. Ясно, что целый ряд задач финансовой математики, связанных с реструктуризацией и консолидацией платежей, не может быть решен с помощью методов стохастической финансовой математики потому, что они предназначены для решения совсем других задач. Анализ небольших совокупностей финансовых операций требует разработки более адекватных методик исследования. Прежде всего, недостаточность статистических методов проявляется в игнорировании проблемы хронологии финансовых операций [3].

Смысл данной проблемы в том, что агрегированная доходность совокупности финансовых операций зависит не только от параметров каждой операции, но и в значительной степени

определяется взаимным расположением этих операций на оси времени. Произвольную совокупность финансовых операций можно рассматривать как нейтральный комплекс [4] и осуществлять агрегирование тех или иных показателей на основе статистического подхода. Для агрегирования (усреднения) процентных ставок, например, в краткосрочных кредитных операциях можно использовать методику линейного взвешивания [5, с.75]:

$$r_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^N K_i T_i r_i}{\sum_{i=1}^N K_i T_i}, \quad (1)$$

где N — число кредитных операций, K_i — величина кредита, T_i — продолжительность кредита, а r_i — процентная ставка по кредиту с номером i соответственно. Такая методика ничем не плоха, за исключением одного: она не адекватна, плохо отражает реальность, как показывает следующий простой пример.

Рассмотрим две краткосрочные (сроком 1 год) кредитные операции со следующими параметрами: $K_1 = 10$, $r_1 = 40\%$, $T_1 = 1$, $K_2 = 14$, $r_2 = 20\%$, $T_2 = 1$. Усреднение по формуле (1) позволяет дать приближенное значение агрегированного показателя доходности: $r_{\text{ср}} = 28.33\%$. Процентные ставки r_1 и r_2 можно интерпретировать как показатели доходности независимо от того простые они или сложные, поскольку продолжительность кредитов равна базовому периоду. Предположим, что кредитные операции выполняются на одном базовом периоде параллельно, образуя нейтральный комплекс. На начальный капитал $K = 24$ в конце года будут выплачены проценты $I = 10 \times 0.4 + 14 \times 0.2 = 6.8$;

и это дает процентную ставку по агрегированной кредитной операции, равную $r_{\text{ср}} \approx 28.33\%$. Обе кредитные операции можно выполнять и последовательно, вложив полученные из первой кредитной операции средства во вторую. Тогда имеем одну агрегированную кредитную операцию сроком в два базовых периода с начальным капиталом 10 и возвращенной наращенной суммой 16.8. Агрегированный показатель доходности в данном случае вычисляется как эффективный процент r_{ef} агрегированной кредитной операции:

$$r_{\text{ср}} = r_{\text{ef}} = \left(\frac{S}{K} \right)^{\frac{1}{T}} - 1, \quad (2)$$

что при подстановке дает $r_{\text{ср}} \approx 0.2961$, т.е. 29.61 %. Разница весьма значительна, составляет более 1 % и не может быть следствием ошибок. Ее можно истолковать только как проявление положительного синергетического эффекта, связанного с образованием из отдельных кредитных операций, из нейтрального комплекса, финансовой системы с эффективной структурой. Вложение средств, полученных из одной кредитной операции в другую, полностью и без задержки стало причиной положительно-го синергетического эффекта. Следует отметить ту важную роль, которую играет хронологическая последовательность финансовых операций, их привязка к временной шкале. Тем самым выявляется важный фактор образования финансовых систем.

Необходимо также отметить, что при образовании из отдельных кредитных операций финансовой системы с неэффективной структурой синергетический эффект может быть отрицательным. Пусть сначала выполняется вторая кредитная операция, а за ней — первая. Вычисляя агрегированный показатель доходности как уровень внутренней доходности полученного финансового потока получим $r_{\text{ср}} \approx 0.272$, т.е. 27.2 %, что меньше, чем у нейтрального комплекса. Эта разница, более чем в 1 %, не может быть следствием ошибок — это отрицательный синергетический эффект.

Интерпретируя результаты примера, можно рассматривать их как достаточно убедительное свидетельство необходимости развития детерминированных методов и моделей финансового анализа и, в частности, методик агрегирования. Это определяется, в первую очередь, потребностями более адекватного описания. Пример,

который был рассмотрен выше, дает все основания для теоретического рассмотрения задачи разработки системной методики, позволяющей агрегировать показатели доходности совокупности финансовых операций. Данную задачу (усреднения) имеет смысл рассматривать и для других параметров финансовых операций, но это не является предметом обсуждения.

Переходя к математическим аспектам проблемы, нужно точнее сформулировать ограничения и требования к системной методике агрегирования, следующие из анализа предметной области [6]:

1) методика обязана быть нелинейной, иначе она не способна выявлять синергетический эффект;

2) методика должна быть адекватной, т.е. если совокупность краткосрочных финансовых операций образует цепной или параллельный комплекс [6], то агрегированный показатель должен вычисляться непосредственно по формуле (2) как эффективный процент;

3) методика должна проходить тестирование на любых совокупностях финансовых операций с одинаковой доходностью, давая при этом очевидный результат.

В случае долгосрочных финансовых операций достаточно только выполнения условия адекватности на совокупностях финансовых операций с одинаковой доходностью и нелинейности.

При использовании статистических методов часто совершается не всегда очевидная методологическая ошибка: предлагается методика агрегирования в виде математического алгоритма вычисления некоторой величины, которая и выдается за агрегированный показатель. Логичнее агрегированный показатель определить в начале концептуально в терминах предметной области, и лишь затем, как результат математических вычислений. Физики, например, в начале определяют среднюю скорость как скорость равномерного движения, при котором за то же время проходит тот же путь; и лишь затем выводят формулы для ее вычисления в тех или иных конкретных ситуациях.

Такое определение применительно к задаче агрегирования показателей доходности финансовых операций дать оказывается вполне возможным, поскольку необходимые конструкции давно существуют. Основой здесь являются понятия финансового потока операции и фун-

кции потока. Под финансовым потоком принято понимать $\{(t_i, C_i)\}$ — множество выплат и поступлений средств в данной финансовой операции, а под функцией потока будем понимать $NPV(V)$ — его чистое приведенное значение, как функцию множителя дисконтирования. Операция агрегирования финансовых инструментов интерпретируется просто как теоретико-множественное объединение финансовых потоков, дополненное алгебраическим сложением элементов потока в совпадающие моменты времени.

С позиций системного анализа под агрегированным показателем доходности совокупности финансовых операций следует понимать доходность агрегированной финансовой операции, которая однозначно восстанавливается из своего финансового потока, являющегося объединением финансовых потоков отдельных операций.

С точки зрения системного анализа методика, основанная на линейном алгоритме усреднения (агрегирования) показателей доходности, обладает неустранимым недостатком: невозможностью выявления и измерения синергетического эффекта, и не может быть признана системной. В этом главный и неустранимый недостаток с позиций системного подхода всех статистических методик линейного взвешивания.

1. МЕТОДИКА

Дадим следующее уточнение понятия финансовой системы (или системы финансовых операций). Совокупность финансовых операций образует систему, если:

1) во всех операциях данной совокупности участвует некоторое определенное физическое или юридическое лицо (иначе невозможно такой совокупности однозначно поставить в соответствие некоторый агрегированный финансовый поток);

2) каждая из финансовых операций совокупности в отдельности должна обладать показателем доходности в виде эффективного процента или уровня внутренней доходности (т.е. нет вложений без соответствующего финансового возмещения);

3) агрегированный финансовый поток должен обладать единственным уровнем внутренней доходности (при агрегировании финансовых операций легко получить операцию с не-

сколькими уровнями внутренней доходности — они не образуют систем).

Таким образом, нельзя просто объявить некоторую совокупность финансовых операций финансовой системой. Необходимо проверить выполнение перечисленных выше условий. Первое условие проверяется тривиальным образом; второе условие требует исключения из рассмотрения не вполне коммерческих операций (беспроцентных кредитов и т.п.). Всюду в дальнейшем выполнение этих двух условий будет неявно подразумеваться. Третье же условие, напротив, проверяется крайне сложно, и его выполнение требуется всегда доказывать. В частности, справедливо следующее

Утверждение 1. Совокупность краткосрочных кредитных операций, которая выполняется в течение одного базового периода, образует систему, если номинальные процентные ставки операций (простые или сложные) не превышают 100 %.

Доказательство. Пусть для кредита с номером i : K_i — размер кредита, S_i — размер возвращаемой суммы, t_i — момент начала кредитной операции, T_i — продолжительность кредитной операции, а r_i — номинальная процентная ставка. Функция потока для каждого кредита имеет вид

$$F_i(V) = S_i V^{T_i} - K_i, \quad (3)$$

а доходность определяется из уравнений

$$\begin{cases} F_i(V_i^*) = 0, \\ r_i^* = \frac{1}{V_i^*} - 1, \end{cases} \quad (4)$$

причем, если r_i — сложная процентная ставка $r_i^* = r_i$.

Функция агрегированного потока совокупности кредитных операций будет следующей:

$$F(V) = \sum_{i=1}^N (S_i V^{T_i} - K_i) V^{t_i - t_0}, \quad (5)$$

где t_0 — момент времени, на который осуществляется дисконтирование, N — число кредитных операций, а V принадлежит интервалу $(0, 1)$. Значение $V = 0$ соответствует бесконечной процентной ставке, а $V = 1$ — процентной ставке равной нулю. Теперь, чтобы найти агрегированный показатель доходности r^* совокупности кредитных операций нужно решить уравнения:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N (S_i V^{*T_i} - K_i) V^{*t_i - t_0} = 0, \\ r^* = \frac{1}{V^*} - 1, \end{cases} \quad (6)$$

причем выбор $t_0 \leq t_i$ — не влияет на значение корня V^* , принадлежащего интервалу $(0, 1)$. Для доказательства существования и единственности корня V^* отметим, что функция потока каждой кредитной операции является монотонно возрастающей функцией аргумента V ; а умножение на неотрицательную степень V лишь несколько сдвигает вправо левую границу интервала монотонности. Действительно, пусть V_{im} — точка единственного локального минимума функции $F_i(V)$, тогда дифференцируя и приравнявая производную 0, получаем

$$V_{im} = \left(\frac{t}{t+T} \right)^{\frac{1}{T}} V_i, \quad (7)$$

где V_i — корень функции $F_i(V)$. Параметры T и t по условию удовлетворяют ограничениям: $T \geq 0$, $t \geq 0$, $T + t \leq 1$. С учетом того, что $V_i \leq 1$, получаем $V_{im} \leq 1/e$. Следовательно, на сегменте $[1/e, 1]$ функция $F(V)$ монотонно возрастает, поскольку монотонно возрастает каждое из слагаемых в формуле (5). Далее отметим, что $F(V)$ имеет разные знаки на сегменте $[1/e, 1]$, если номинальные ставки не превышают 1 (100 %). Действительно, если это так, то

$$V_i = \frac{1}{1+r_i} > \frac{1}{e^{r_i}} > \frac{1}{e}. \quad (8)$$

Следовательно, корень каждой функции $F_i(V)$ находится внутри сегмента $[1/e, 1]$, и она имеет разные знаки на краях. Тем же свойством обладает и функция $F(V)$. По теореме о непрерывных функциях монотонно возрастающая функция $F(V)$ имеет на сегменте $[1/e, 1]$ единственный корень.

Что и требовалось доказать.

Анализ этого частного результата показывает, что ситуация приблизительно такова: чем длиннее период, на котором выполняется некоторая совокупность кредитных операций, тем меньше должны быть номинальные процентные ставки. Например, если краткосрочные кредитные операции выполняются на двух смежных базовых периодах, то система образуется, если номинальные процентные ставки меньше приблизительно 71 %.

Важным является также то обстоятельство, что выполняются однотипные операции. Фи-

нансовые операции разных типов редко образуют системы. Рассмотрим следующий простой пример: пусть коммерческий банк выдает на три года кредит в размере 504 с возвратом суммы по кредиту в размере 1000 (доходность приблизительно 25.66 %); через год банк берет межбанковский кредит на 1 год в размере 1910 с возвратом суммы по кредиту в размере 2400 (доходность приблизительно 101.68%). Уравнение агрегированного потока имеет вид: $1000V^3 - 2400V^2 + 1910V - 504 = 0$. Оно имеет 3 корня: $V_1 = 0.9$, $V_2 = 0.8$, $V_3 = 0.7$. Это соответствует значениям процентных ставок: $r_1 = 11.11$ %, $r_2 = 25$ %, $r_3 = 42.86$ %. Неясно, какую из них принять за уровень внутренней доходности совокупности кредитной и заемной операций, и если выбрать одну из них, то, что делать с двумя другими?

Утверждение 1 содержит важный с практической точки зрения результат, поскольку только в условиях гиперинфляции процентные ставки превышают 100 %, да и рассматривать краткосрочные (т.е. длительностью менее года) кредитные операции на больших периодах требуется не часто. Следовательно, в интересных для практики случаях краткосрочные кредитные операции образуют системы и могут рассматриваться с этой точки зрения. Системный подход в области финансов (в отличие от статистических методов) имеет большой потенциал эвристик, которые, будучи математически строго оформленными, представляют собой адекватные предметной области методики (в частности, методики реструктуризации и консолидации).

Покажем, что методика агрегирования показателей доходности совокупности краткосрочных кредитных операций удовлетворяет критериям системности. То, что она учитывает хронологию операций, вытекает из явного присутствия в уравнении (6) дат начала каждого кредита; кроме того, она, очевидным образом, является нелинейной. Проверим адекватность этой методики на совокупностях «параллельных» и «цепных» кредитных операций. Для «параллельной» группы все t_i одинаковы и $T_i = T$, поэтому первое из уравнений (6) преобразуется к виду

$$V^T \sum_{i=1}^N S_i - \sum_{i=1}^N K_i = 0, \quad (9)$$

при этом было проведено сокращение на общий множитель не равный нулю, а множитель V^T

вынесен за знак суммы. С учетом второго из уравнений (6) для r^* получаем

$$r^* = \left(\frac{\sum_{i=1}^N S_i}{\sum_{i=1}^N K_i} \right)^{\frac{1}{T}} - 1, \quad (10)$$

что совпадает с выражением для эффективного процента агрегированной кредитной операции.

Для «цепной» группы $S_i = K_{i+1}$, $t_{i+1} = t_i + T_i$, поэтому первое уравнение (6) преобразуется после несложных алгебраических преобразований к виду

$$S_N V^{t_N} - K_1 V^{t_1} = 0. \quad (11)$$

Учитывая второе уравнение (6) и то, что $t_N - t_1 = \sum T_i = T$, получаем

$$r^* = \left(\frac{S_N}{K_1} \right)^{\frac{1}{T}} - 1, \quad (12)$$

что также совпадает с выражением для эффективного процента агрегированной «цепной» группы кредитных операций.

Для групп краткосрочных кредитных операций одинаковой доходности эффективный процент $r_{эф}$ определяется для каждого кредита, входящего в группу, условием $S_i V^{T_i} - K_i = 0$ и для всех номеров i и $r_{эф} = 1/V - 1$, поэтому он совпадает с r^* .

Таким образом, адекватность предлагаемой методики установлена. Данная методика допускает эффективное применение на практике в тех случаях, когда информация о каждой кредитной операции хранится в некоторой базе данных, и возможна автоматическая генерация коэффициентов уравнения (6). В этом случае решение первого уравнения (6) и вычисление агрегированного показателя доходности по второй формуле (6) можно полностью автоматизировать. В теоретическом же плане системный подход и предложенная методика вычисления показателя доходности системы краткосрочных кредитных операций (агрегированного показателя доходности) объединяет и существенно дополняет существующие разрозненные методики реструктуризации и консолидации, сводя их, по сути, к одной методике реинжиниринга финансовых систем.

Переход от систем краткосрочных кредитных операций к произвольным финансовым

системам [7] основан на решении нелинейного уравнения

$$\sum_{i=1}^N F_i(V) V^{t_i - t_0} = 0, \quad (13)$$

где $F_i(V)$ — функция потока финансовой операции с номером i , t_i — дата начала финансовой операции с номером i , t_0 — некоторая произвольная дата, предшествующая датам начала финансовых операций. Функция потока для каждой из операций определяется как дисконтированная на момент начала соответствующего потока сумма его элементов с учетом их знака. Она является нелинейной функцией множителя дисконтирования V , область изменения которого — интервал $(0, 1)$. Разность $t_i - t_0$ выражена через базовый период. Можно показать, что выбор t_0 не влияет на корни уравнения (13). Сам агрегированный показатель доходности r^* находится по корню V^* уравнения (13) с помощью соотношения

$$r^* = \frac{1}{V^*} - 1. \quad (14)$$

Таким образом, методика агрегирования, основанная на решении уравнения (3), всегда является нелинейной. Именно это и дает возможность выявлять и количественно оценивать синергетический эффект финансовой системы. Данная методика позволяет учитывать дополнительный фактор образования финансовой системы — хронологию, поскольку в уравнение (13) явным образом входят даты начала финансовых операций.

Третье требование к финансовой системе: наличие единственного уровня внутренней доходности равносильно тому, что уравнение (13) имеет единственный корень. Таким образом, факт образования финансовой системы некоторой совокупностью финансовых операций требуется математически строго доказывать. Бездоказательно декларировать наличие финансовой системы нельзя.

Вполне очевидно наличие хотя бы одного корня V^* уравнения (13), в тех случаях, когда функции $F_i(V)$ монотонно возрастают и имеют разные (но одинаковые для всех i) знаки на концах сегмента $[0, 1]$. Тогда, левая часть уравнения (3) есть непрерывная функция, принимающая на концах сегмента $[0, 1]$ значения разных знаков. По известной теореме о непрерывных функциях на сегменте $[0, 1]$ должен существовать хотя бы один корень уравне-

ния (3). Единственность корня следует из монотонности функции агрегированного потока на некотором интервале $(a, 1)$, что также требуется устанавливать математическим доказательством. Именно таким способом было доказано утверждение 1. Небольшая модификация предыдущих рассуждений позволяет получить следующий результат.

Утверждение 2. Пусть V_i — единственный корень уравнения $F_i(V) = 0$, $i = 1, 2, \dots, N$ на интервале $(0, 1)$. Тогда выполняются неравенства: $\min V_i \leq V^* \leq \max V_i$, где экстремумы берутся по всем i .

Доказательство.

Если $V^* < \min V_i$, то все $F_i(V^*) < 0$ и V^* не может быть корнем уравнения (13). Аналогично доказывается второе неравенство.

Что и требовалось доказать.

Из этих неравенств в силу соотношения (13) вытекают важные в теоретическом и практическом плане оценки для агрегированного показателя доходности:

$$\min r_i \leq r^* \leq \max r_i. \quad (15)$$

Из неравенств (15) следует, что предложенная методика тестируется на группах равно доходных финансовых операций, т.е. когда $r_1 = r_2 = \dots = r_N = r$, поскольку из (15) следует, что в этом случае $r^* = r$. Кроме того, неравенства (15) показывают, что предложенная методика не хуже обычного статистического взвешивания, что является дополнительным аргументом в ее пользу.

Возникает вопрос: насколько богат запас финансовых операций, способных образовывать системы? Покажем, что он достаточно велик и удовлетворяет практическим потребностям. Будем называть финансовый поток $\{(t_i, C_i)\}$, регулярным, если $t_1 < t_2 < \dots, t_N$ и $C_1 < 0$, а $C_2 > 0, \dots, C_N > 0$. Функция регулярного потока имеет вид

$$F(V) = C_1 + C_2 V^{t_2 - t_1} + \dots + C_N V^{t_N - t_1}$$

и поэтому является монотонно возрастающей на сегменте $[0, 1]$. Регулярными потоками обладают все ренты (с учетом их покупки), а также финансовые потоки большинства инвестиционных проектов. Это дает возможность использовать системные методы в практике финансовых операций, поскольку можно доказать аналог утверждения 1 для пакетов регулярных операций.

Рассмотренная выше методика не линейна и, как следствие, более сложна. Насколько це-

лесообразно ее использовать? Прежде всего, ответ состоит в том, что этим достигается намного более точное и адекватное описание реальности; что особенно важно и ценно в экономике и финансах, где модели сложны, а возможности эксперимента весьма ограничены.

В финансах это позволяет использовать мощный потенциал эвристик, заложенных в системных методиках. По-новому, могут быть рассмотрены хорошо известные задачи консолидации и реструктуризации. В банковском менеджменте просматриваются принципиально новые методики и критерии оценки эффективности управления финансовыми активами и т.п. Однако за это приходится платить усложнением математического расчетного аппарата, а главное отказом от привычного линейного образа мыслей. Тем не менее, видимо это следует делать, поскольку альтернатив системному подходу в науке практически нет. К тому же, при современном уровне развития вычислительной техники, практическая реализация системных методик не вызывает затруднений.

2. ПРИЛОЖЕНИЯ

После того, как определено понятие финансовой системы и дана методика определения доходности, возникает естественный вопрос целесообразности введения этого понятия и оценки выгод от его использования при решении конкретных практических задач.

Можно указать, по крайней мере, один круг задач анализа финансовых операций, современные методики решения которых, трудно признать удовлетворительными. Это задачи эквивалентного изменения условий контрактов. В современной трактовке [5, с. 87] нет даже единого подхода к решению этой задачи. Наиболее проработанной считается задача эквивалентной замены платежей, к которой сводятся многие задачи реструктуризации и консолидации финансовых операций. Задача эквивалентной замены платежей решается на основе уравнения эквивалентности [8, с. 137]. Пусть $\{S_i\}$, $i = 1, \dots, n$ некоторая последовательность платежей, которая должна быть осуществлена в будущем, а $\{P_j\}$, $j = 1, \dots, m$ другая последовательность платежей, которой предполагается заменить первую. Согласно современному критерию эквивалентности платежей вторая последовательность должна быть такой, что выполняется условие:

$$\sum_{i=1}^n S_i^d = \sum_{j=1}^m P_j^d, \quad (16)$$

где верхние значки d означают дисконтирование соответствующих платежей на некоторый, достаточно произвольно выбираемый момент времени. Сразу же возникает ряд вопросов. По какой ставке осуществлять дисконтирование? Даже если тип ставки определен характером задачи, как задать ее значение? Как выбирать, на какой момент времени осуществлять дисконтирование? Влияет ли выбор момента времени на другие параметры, и каково это влияние? Как влияет на искомые параметры замены отсутствие части информации об уже сделанных платежах? Какое влияние на решение оказывает игнорирование показателя доходности?

Анализ уравнения эквивалентности (16) показывает. Дисконтирование корректно только на основе сложных ставок (процентов и учетных), иначе выбор момента дисконтирования влияет на искомые параметры. Выбор ставки дисконтирования всегда трудно обосновать, и он часто произволен. Игнорирование части информации о платежах и доходностях снижает качество решения.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий часть проблем. Пусть в начале года заемщик получил два кредита: первый на полгода в размере 100000, а второй на три квартала в размере 400000. В расчетах использовалась простая процентная ставка $r = 10\%$. Впоследствии было решено заменить два платежа по кредитам одним в конце года. Определить размер консолидированного платежа.

Решение. Необходимо возвратить в конце полугодия сумму 105000 рублей, а в конце третьего квартала — 430000 рублей. Стандартный способ решения задач о консолидации платежей состоит в приравнивании дисконтированных сумм будущих платежей. Покажем, что при дисконтировании с использованием простых процентных ставок, размер консолидированного платежа зависит от того момента времени, когда принималось решение о консолидации платежей и их отсрочке.

Пусть решение принимается в конце первого полугодия. Тогда это время первого платежа, второй платеж должен последовать через квартал (0.25 года), а объединенный платеж — через полгода (0.5 года). Размер консолидированного платежа S находится из условия эквивалентности:

$$\frac{S}{1 + 0.1 * 0.5} = 105000 + \frac{430000}{1 + 0.1 * 0.25}.$$

Получаем после округления: $S = 550738$. Если же решение об объединении платежей принималось, например, в конце первого квартала, то платежи по кредитам следуют через квартал (0.25 года) и полугодие (0.5 года), а время консолидированного платежа наступит через три квартала (0.75 года). Тогда условие эквивалентности платежей будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{S}{1 + 0.1 * 0.75} &= \\ &= \frac{105000}{1 + 0.1 * 0.25} + \frac{430000}{1 + 0.1 * 0.5}. \end{aligned}$$

После округления, получаем размер объединенного платежа $S = 550360$. Как видно, имеющееся различие нельзя объяснить ошибками вычислений, поскольку разность значений составляет 378, что значительно превышает погрешности округления.

Аналогичные результаты получаются, если для дисконтирования использовать простые учетные ставки. Пусть при расчете консолидированного платежа использовалась не простая процентная ставка, по которой вычислялись сами платежи по кредитам, а простая учетная ставка $d = 10\%$. Тогда в первом случае условие эквивалентности платежей имеет вид:

$$\begin{aligned} S(1 - 0.1 * 0.5) &= \\ &= 105000 + 430000(1 - 0.1 * 0.25). \end{aligned}$$

Откуда получаем $S = 551842$. Во втором случае условие эквивалентности выглядит так:

$$\begin{aligned} S(1 - 0.1 * 0.75) &= \\ &= 105000(1 - 0.1 * 0.5) + \\ &+ 430000(1 - 0.1 * 0.25). \end{aligned}$$

В этом случае уже $S = 552297$ и разность составляет 456.

Проблему выбора момента дисконтирования можно решить, если использовать только сложные процентные ставки (или, что равносильно, сложную учетную ставку). Но, что делать, если бы кредиты выдавались по разным процентным ставкам? Пусть, например, первый кредит выдан с использованием простой процентной ставки 20 %, а второй — 16 %. Какую из них или еще какую-то другую нужно использовать для дисконтирования? Обоснованного ответа на этот вопрос нельзя получить, используя совре-

менные детерминированные или стохастические модели.

Ответ можно получить, только используя системный подход (если, разумеется, финансовые операции образуют систему). Его сущность в том, что: используется вся информация как о будущих платежах, так и уже осуществленных; используется информация о доходностях; любое изменение параметров одной или нескольких финансовых операций рассматривается как реинжиниринг финансовой системы (т.е. любые задачи по изменению условий финансовых операций рассматриваются единообразно); с системных позиций пересмотрено условие эквивалентности финансовых контрактов и заменено условием эквивалентности финансовых систем.

Применим системный подход к решению несколько измененного с целью большей убедительности предыдущего примера. Пусть в первом кредите использовалась простая процентная ставка 20 %, а во втором — 16 %. Существующие методики консолидации платежей рекомендуют (для краткосрочных кредитов) вычислить среднюю процентную ставку по формуле (1) и применить ее для дисконтирования. Но и тут остается невыясненным одно обстоятельство: как поступать, если ставки разного типа (простая и сложная, например). Системный подход позволяет не задумываться над такими не существенными деталями. Являясь «индустриальным», а не «кустарным» методом, он собирает большой круг разрозненных (как казалось) задач под «крышей» реинжиниринга финансовых операций, и решает их единообразно.

Переходя к решению примера, сначала найдем доходность системы из двух кредитов. То, что эти кредиты образуют систему, следует из утверждения 1 и того очевидного факта, что быть или не быть совокупности кредитов системой не зависит от того с чьей позиции кредитора или заемщика они рассматриваются.

Через полгода по первому кредиту (ставка 20 %) требуется вернуть 110000, а по второму (ставка 16 %) через три квартала — 448000. Определяем сначала множитель дисконтирования V^* , как корень уравнения:

$$500000 - 110000V^{1/2} - 448000V^{3/4} = 0.$$

Получаем $V^* = 0.854873$, и по формуле (2.12) $r^* = 16.98$ %. Теперь используем системную доходность для эквивалентного измене-

ния (консолидирования) платежей. Потребуем, чтобы после изменения доходность системы осталась прежней, тогда:

$$500000 - SV^* = 0.$$

Получаем $S = 584882$.

Решение выглядит (и на самом деле таковым является) вполне логичным: сначала нашли доходность системы, а затем эквивалентным образом систему изменили. Логика решения не изменилась бы, например, если по каждому из кредитов часть сумм была бы выплачена, а в конце года нужно было заплатить остаток. Нет также никаких ограничений на то, по каким ставкам производился расчет возвращаемых по кредитам сумм, использовались ли при этом однотипные процентные ставки и т.п. Вообще трудно найти какие-либо ограничения, кроме одного, эта методика может применяться только к финансовым системам. Здесь опять на первый план выходит проблема доказательства того, что совокупность финансовых операций образует систему в некотором диапазоне значений параметров. В утверждении 1 ограничения касались только ставок по кредитам, значения кредитных сумм были произвольными.

В общем случае произвольных финансовых систем эквивалентность исходной системы и системы, полученной в результате реинжиниринга исходной системы, означает сохранение системной доходности. При этом, системная доходность представляет собой агрегированную доходность составляющих систему финансовых операций. Реинжиниринг финансовой системы осуществляется путем согласованного изменения параметров системы на основе следующих соотношений:

$$\begin{cases} F(V^*) = 0 \\ F_R(V^*) = 0 \end{cases}, \quad (17)$$

где $F(V)$ — функция агрегированного потока совокупности кредитных операций, составляющих исходную систему, $F_R(V)$ — функция агрегированного потока совокупности кредитных операций, составляющих систему после реинжиниринга. Таким образом уравнения (17) можно назвать уравнениями реинжиниринга (эквивалентного изменения, реструктуризации) финансовой системы.

Покажем, что условие эквивалентного изменения платежей может быть получено из уравнений реинжиниринга. Пусть система состоит из единственной финансовой операции с

потоком $\{(t_i, C_i)\}$, $i = 1, \dots, N$, и часть элементов потока до номера $N-n$ остается без изменений, а оставшаяся часть, начиная с номера $N-n+1$ и до конца потока, заменяется, эквивалентным образом, потоком $\{(t_j, P_j)\}$, $j = 1, \dots, m$. Уравнения реинжиниринга будут иметь вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N-n} C_i V^{t_i-t_0} + \sum_{i=N-n+1}^N C_i V^{t_i-t_0} = 0 \\ \sum_{i=1}^{N-n} C_i V^{t_i-t_0} + \sum_{j=1}^m P_j V^{t_j-t_0} = 0 \end{cases} \quad (18)$$

Вычитая из первого уравнения (18) второе и осуществляя во второй сумме первого уравнения замену $S_i = C_{i+N-n}$ и пределов суммирования, получаем:

$$\sum_{i=1}^n S_i V^{t_i-t_0} - \sum_{j=1}^m P_j V^{t_j-t_0} = 0. \quad (19)$$

Но, соотношения (19) и (16) с точностью до обозначений алгебраически эквивалентны. Таким образом, уравнение эквивалентной замены платежей является логическим следствием уравнений реинжиниринга, которые применимы, поскольку одна финансовая операция удовлетворяет системным признакам тривиальным образом. Поэтому уравнение эквивалентной замены платежей имеет вполне корректное теоретическое обоснование, а не является эмпирическим правилом. Однако при переходе от уравнений реинжиниринга к уравнению эквивалентной замены платежей произошла потеря информации о доходности, и, следовательно, опять возникла проблема определения ставки дисконтирования. Отметим, попутно, что сложность численного решения уравнений реинжиниринга сопоставима со сложностью решения уравнения эквивалентной замены платежей. Поэтому нет оснований отдавать предпочтение старым методам при решении конкретных практических задач реструктуризации и консолидации финансовых операций.

Оценивая системный подход в анализе финансовых операций, следует отметить, что было бы ошибкой применять уравнения (17) чисто формально, не заботясь о предпосылках. Возможность применения уравнений реинжиниринга к совокупностям финансовых операций, не являющихся системой весьма сомнительна. Первое из уравнений (17), используемое для вычисления доходности системы финансовых операций, для не систем может не иметь корней вообще (возможно еще хуже, когда корней не-

сколько). Таким образом, этап доказывания того, что совокупность финансовых операций образует систему, всегда является необходимым, поскольку при этом фактически доказывается наличие корней у уравнений реинжиниринга, а эти уравнения и есть как раз то, ради чего финансовые системы рассматриваются. Сами уравнения реинжиниринга в замкнутой форме (в отличие от уравнения эквивалентности, требующего априорного задания ставки дисконтирования) позволяют решить большинство задач анализа финансовых операций в рамках детерминированных моделей. Естественно, они не могут заменить статистические методы и модели финансового анализа там, где это определено природой рассматриваемых явлений (оценка рисков и т.п.). Но системные и статистические методы вполне могут конструктивно сочетаться, и их едва ли следует рассматривать как конкурирующие. Просто системные методы лучше работают там, где в рамках детерминированных моделей раньше применялись статистические методы (что не вполне естественно).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данного исследования сделана попытка применения к задачам анализа финансовых операций новых системных методов. При этом потребовалось уточнить понятие системы применительно к области финансов, и дать общую схему проверки факта образования совокупностью финансовых операций финансовой системы. Наиболее существенным и трудным этапом проверки является доказательство наличия у совокупности финансовых операций единственным образом определяемого агрегированного показателя доходности, являющегося, по определению, показателем доходности финансовой системы. В работе даны примеры доказательств подобного рода (утверждение 1). Установлены также наиболее общие свойства и оценки.

Показано, что введение в рассмотрение финансовых систем целесообразно с практической точки зрения, поскольку позволяет дать единый подход к решению большого числа разрозненных задач реструктуризации финансовых операций, например, к задачам консолидации платежей и их эквивалентной замены. Эти и другие (здесь можно добавить задачи пролонгации операций) задачи изменения условий финансовых операций получают общую для

всех методик решения в замкнутой форме на основе системного метода реинжиниринга финансовых операций, основанного на решении уравнений (17). Показано, что эти уравнения имеют не только практическое, но и теоретическое значение, поскольку позволяют обосновать логически известные ранее полуэмпирические методы типа уравнения эквивалентной замены платежей.

Полученные результаты могут представлять интерес как для решения практических задач расчета параметров финансовых операций, так и, в теоретическом плане, для разработки новых методов их анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Markowitz H. Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets* / H. Markowitz // Cambridge, MA: Blackwell, 1990.
2. *Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики* / А. Н. Ширяев. — Т. 1, 2. — М.: Фазис, 1998.
3. *Зубова Р.И. Проблема хронологии в статистике краткосрочного кредита* / Р. И. Зубова, М. Ф. Тубольцев // Вопросы статистики. — 2000. — № 2.
4. *Богданов А.А. Тектология (Всеобщая организационная наука): в 2 кн.* / А. А. Богданов — М.: Экономика, 1989.
5. *Мелкумов Я.С. Теоретическое и практическое пособие по финансовым вычислениям* / Я. С. Мелкумов. — М.: ИНФРА-М, 1996.
6. *Зубова Р.И. Регулярная методика агрегирования показателей доходности краткосрочных кредитных операций* / Р. И. Зубова, М. Ф. Тубольцев // Вопросы статистики. — 2000. — № 11.
7. *Тубольцев М.Ф. Системная методика агрегирования показателей доходности в финансовых операциях* / М. Ф. Тубольцев // Известия ТРТУ. Системный анализ в экономике и управлении. — Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005. № 8(52). — С. 94—98.
8. *Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов* / Е. М. Четыркин. — М.: Дело, 1995.