

# СТАТИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ГРАНИЦ ОБЪЕКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ

А. А. Сирота, А. И. Соломатин

*Воронежский государственный университет*

Проведен синтез и сравнительный анализ локальных алгоритмов обнаружения перепадов яркости на изображениях, зашумленных аддитивным гауссовым шумом: статистического алгоритма обнаружения и оценивания параметров перепада яркости; нейросетевого алгоритма обнаружения идеального перепада яркости; алгоритма выделения границы, использующего метод динамического программирования при нахождении минимума функционала качества. Описан алгоритм «сшивания» разрывных локальных участков границы в непрерывный контур объекта.

## ВВЕДЕНИЕ

При поиске границ объектов на изображениях, наблюдаемых в присутствии шумов, часто используются последовательные методы обхода контура [1, 2]. При этом общая задача нахождения объектов сводится к решению последовательности локальных задач о наличии фрагмента границы в пределах небольшого окна (элементарного кадра) [1—3], которое скользит по изображению. Фактически в рамках каждого окна решается задача нахождения точек перехода фона в объект — участков перепада яркости, которыми чаще всего и характеризуются границы объектов на изображениях. Для этого могут использоваться различные подходы.

В работе [1] граница в каждом окне аппроксимируется прямой линией; при этом считается, что фон и объект имеют различные интенсивности. Определение неизвестных параметров контура происходит посредством минимизации введенного функционала качества (фактически максимизации функционала правдоподобия наблюдаемого изображения). Определение этих параметров контура можно производить как при помощи классических методов нахождения минимума функционала качества, так и при помощи заранее обученной нейронной сети. Кроме того в [3] был предложен подход, использующий метод динамического программирования для определения максимума функционала правдоподобия при рассмотрении всех возможных вариантов положения границы.

Стоит отметить, что после обнаружения локальных участков границы в каждом элементарном окне, часто возникает задача объединения их в единый непрерывный контур. Данная задача решается отдельно от задачи обнаружения перепада яркости после того, как все локальные перепады яркости обнаружены.

Цель данной работы — синтезировать и оценить эффективности функционирования следующих алгоритмов обнаружения локальных участков границы на изображениях, зашумленных белым гауссовским шумом с различной интенсивностью:

— статистического алгоритма обнаружения и оценивания параметров перепада яркости, предложенного А.И. Перовым в [1];

— нейросетевого алгоритма обнаружения идеального перепада яркости;

— алгоритма выделения границы, использующего метод динамического программирования при нахождении минимума функционала качества [3];

Также будет описана специальная методика «сшивания» отдельных разрывных участков границы в непрерывный контур объекта.

## 1. ФОРМАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОБНАРУЖЕНИЯ ПЕРЕПАДА ЯРКОСТИ

Пусть имеем квадратное окно размером  $N \times N$  пикселей. В пределах окна имеется граница — аппроксимируемая прямой линией, делящей рассматриваемый участок на две части: фон и объект с постоянными в пределах окна

неизвестными интенсивностями. Наблюдения осуществляются в присутствии аддитивного шума, описываемого случайной величиной  $N(0, \sigma^2)$ , распределенной по гауссовскому закону с математическим ожиданием 0 и дисперсией  $\sigma^2$ . В результате в каждом окне наблюдается зашумленное изображение  $z$ . Требуется на основе  $z$  определить параметры местоположения границы в окне.

## 2. МОДЕЛЬ ИДЕАЛЬНОГО ПЕРЕПАДА ДЛЯ АЛГОРИТМА АППРОКСИМАЦИИ

Нахождение границы перепада возможно с использованием аппроксимирующей модели идеального перепада. Наблюдаемое изображение сопоставляется с данной моделью перепада. Если совпадение достаточно точно, то считается, что обнаружена граница.

В простейшем случае одномерной моделью перепада является функция ступеньки

$$s(x) = \begin{cases} a, & x < x_0, \\ a + h, & x \geq x_0. \end{cases}$$

Предполагается наличие границы в случае, если среднеквадратичная ошибка

$$E = \int_{x_0-L}^{x_0+L} [f(x - x_0) - s(x)]^2 dx,$$

где  $f(x)$  — наблюдаемый сигнал;  $L$  — ширина области поиска, находится ниже какого-то порога. В двумерном случае идеальный перепад определяется как

$$S(x, y) = \begin{cases} a, & x \cos \theta + y \sin \theta < \rho, \\ a + h, & x \cos \theta + y \sin \theta \geq \rho, \end{cases}$$

где  $\theta$  и  $\rho$  определяют направление и положение перепада (см. рис. 1).

Функция ошибки определяется как

$$E = \iint [F(x, y) - S(x, y)]^2 dx dy,$$

где  $F(x, y)$  — наблюдаемое изображение.

Идея определения параметров модели идеального перепада яркости, наилучшим образом аппроксимирующего исходное изображение в окрестности некоторой точки, принадлежит Хюккелю [2]. Он разработал процедуру аппроксимации двумерного перепада, в которой фрагмент изображения, оказавшийся внутри некоторого круга, раскладывается по набору двумерных базисных функций в ряд Фурье в полярных координатах. Пусть  $B_i(x, y)$  — базисные функции. Тогда весовые коэффициенты преобразований изображений и идеального перепада определяются как

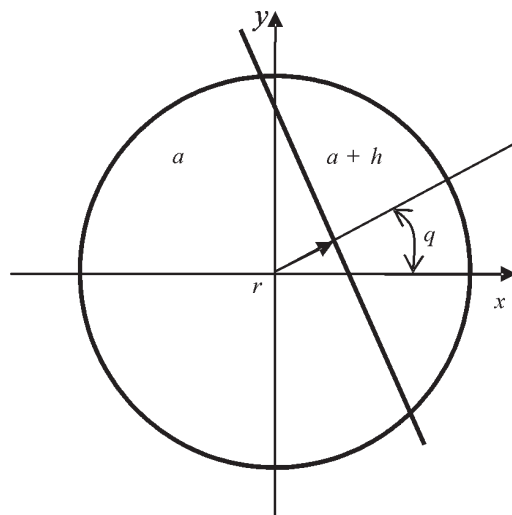


Рис. 1. Модель ступенчатого перепада яркости

$$f_i = \iint B_i(x, y)F(x, y) dx dy,$$

$$s_i = \iint B_i(x, y)S(x, y) dx dy.$$

В алгоритме Хюккеля преобразования ограничиваются восемью базисными функциями в целях уменьшения вычислительных затрат. Минимизация  $E$  эквивалентна минимизации  $(f_i - s_i)^2$  по всем коэффициентам. Хюккель, применив некоторые аппроксимации, свел задачу оценки параметров перепада к набору нелинейных уравнений относительно коэффициентов  $f_i$ .

## 3. ЛОКАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ПЕРЕПАДА ЯРКОСТИ

### 3.1. СИНТЕЗ ОПЕРАТОРА НАХОЖДЕНИЯ КОНТУРА

Следуя методике, предложенной А. И. Перовым и Г. Г. Соколовым [1] используем первоначально непрерывное описание изображения. Записываем сигнальную функцию в виде

$$S(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}) = \begin{cases} u, & (x - \tilde{x}) \cos \alpha + (y - \tilde{y}) \sin \alpha \leq d; \\ u + h, & (x - \tilde{x}) \cos \alpha + (y - \tilde{y}) \sin \alpha > d, \end{cases}$$

где  $\tilde{x}, \tilde{y}$  — координаты центра окна  $\Omega$ ,  $u$  — интенсивность фона,  $u + h$  — интенсивность объекта,  $d$  — расстояния от центра окна до прямой,  $\alpha = \varphi + \pi/2$ ,  $\varphi$  — угол наклона прямой (см. рис. 2).

Далее рассматривается функционал

$$G = \int_{\Omega} Q^2(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}) (z(x, y, \tilde{x}, \tilde{y}) - S(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}))^2 dx dy,$$

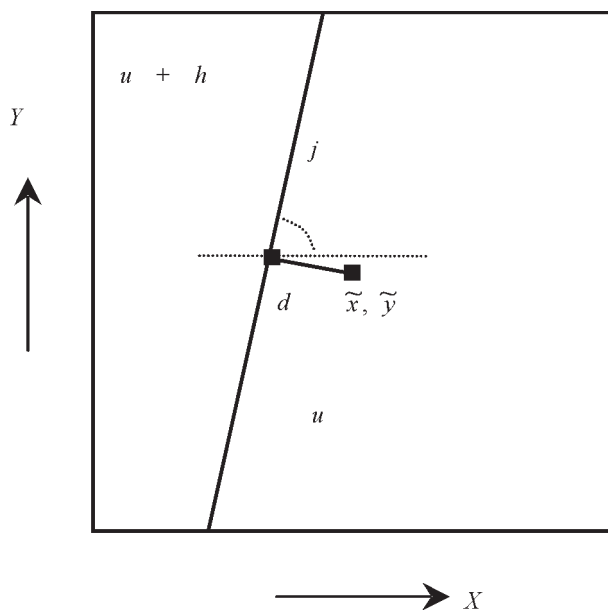


Рис. 2. Граница объект/фон в элементарном окне

где  $z(x, y, \tilde{x}, \tilde{y})$  — зашумленное изображение в окне  $\Omega$ ,  $Q$  — весовая функция:

$$Q(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x - \tilde{x})^2 + (y - \tilde{y})^2}{4} \right\}.$$

Функционал  $G$  является показателем качества и его минимизация по неизвестным параметрам  $u, h, d, \alpha$  позволит определить эти параметры, то есть, фактически, местоположение границы. Для этого функции  $S$  и  $z$  представляются в виде разложения по ортонормированному базису  $H_p$  ( $p = \overline{0, 5}$ ) вида

$$\begin{aligned} H_0 &= 1; \quad H_1 = x - \tilde{x}; \quad H_2 = y - \tilde{y}; \\ H_3 &= 0.5[(x - \tilde{x})^2 + (y - \tilde{y})^2] - 1; \\ H_4 &= 0.5[(x - \tilde{x})^2 - (y - \tilde{y})^2]; \\ H_5 &= (x - \tilde{x})(y - \tilde{y}); \end{aligned}$$

Коэффициенты разложения  $S_p$  по данному базису следующие:

$$\begin{aligned} S_0 &= u + g(h, d); \quad S_1 = \lambda \cos \alpha; \\ S_2 &= \lambda \sin \alpha; \quad S_3 = \lambda d / 2; \\ S_4 &= \lambda d \cos(2\alpha) / 2; \quad S_5 = \lambda d \sin(2\alpha) / 2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{d^2}{2} \right); \\ g(h, d) &= \frac{h}{\sqrt{2\pi}} \int_d^\infty \exp \left( -\frac{t^2}{2} \right) dt. \end{aligned}$$

Наблюдаемое поле  $z(x, y, \tilde{x}, \tilde{y})$  также можно представить в виде разложения с коэффициентами  $Z_p$

$$Z_p = \int_{\Omega} Q^2(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}) H_p(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}) \times z(x, y, \tilde{x}, \tilde{y}) dx dy.$$

При переходе к дискретному случаю имеем

$$Z_p = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N I_p(i, j) z(i, j), \quad p = \overline{0, 5};$$

$$\begin{aligned} I_p(i, j) &= \\ &= \int_{\Omega(i, j)} Q^2(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}) H_p(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}) dx dy. \end{aligned}$$

Значения  $I_p(i, j)$  для каждого пиксела  $(i, j)$  в участке изображения  $\Omega(i, j)$  вычисляются заранее и хранятся в виде массива данных. После минимизации функционала по параметрам  $u, h, d, \alpha$  получаем следующие выражения для оптимальных оценок:

$$\begin{aligned} \lambda &= Z_1 \cos(\alpha) + Z_2 \sin(\alpha); \\ d &= (Z_3 + Z_4 \cos(2\alpha) + Z_5 \sin(2\alpha)) / \lambda; \end{aligned}$$

$$h = \sqrt{2\pi} \frac{\lambda}{\exp(-d^2 / 2)};$$

$$u = Z_0 - g(h, d),$$

а угол  $\alpha$  находится из уравнения 4-й степени:

$$\begin{aligned} &(4A^2 + C^2) \sin^4(2\alpha) + \\ &+ 2(2AB + CD) \sin^3(2\alpha) + \\ &+ (B^2 - C^2 - 4A^2 + D^2) \times \\ &\times \sin^2(2\alpha) - 2(AB + CD) \sin(2\alpha) + \\ &+ A^2 - D^2 = 0, \end{aligned}$$

где  $A = 2Z_4Z_5; B = Z_1^2 - Z_2^2 + 2Z_3Z_4; C = 2(Z_4^2 - Z_5^2); D = -2(Z_1Z_2 - Z_3Z_5)$ .

Таким образом, алгоритм состоит из вычисления по наблюдаемому фрагменту  $z$  параметров  $Z_p$ ,  $p = \overline{0, 5}$  и расчета на их основе оценок  $u, h, d, \alpha$ . Уравнение для нахождения  $\alpha$  решалось численными методами.

### 3.2. НЕЙРОСЕТЕВОЙ АЛГОРИТМ ВЫДЕЛЕНИЯ КОНТУРА

Для реализации процедуры выделения контура с помощью нейронной сети была принята следующая модель. На вход нейронной сети подается изображение окна наблюдения размером  $21 \times 21$ . Это изображение удовлетворяет следующим требованиям. Изображение всегда содержит элемент контура, т.е. в любом представленном изображении содержится граница перепада яркостей объекта и фона. На изображении только один контур, т.е. не предусматривалась работа алгоритма с множественными контурами. На изображении может присутство-

вать аддитивный гауссов шум, который препятствует правильной работе алгоритма.

На выходе мы должны получить основные параметры прямой, аппроксимирующей границу перепада яркости. Данные параметры показаны на рис. 2. Для реализации этой модели была выбрана нейронная сеть типа многослойный перцептрон, т. к. задача носит явно статистический характер. Сеть содержала два 2 слоя. В первом слое было 10 нейронов во втором 4. Все искусственные нейроны использовали логистическую функцию активации. Архитектура сети изображена на рис. 3. На рисунке искусственные нейроны обозначены крупными квадратами.

Процесс обучения производился на основе модификации алгоритма обратного распространения ошибки RProp. При обучении, каждый элемент изображения приводился к диапазону [0.1; 0.9], и исходное изображение в виде вектора  $1 \times 441$  подавалось на вход сети. При этом в качестве целевого вектора принимался вектор параметров  $[a_k; d_k; u_k; h_k]$  каждый элемент которого также приведен к диапазону [0.1; 0.9]. Для проведения процедуры обучения было разработано специализированное приложение, которое формировало обучающую выборку по заданным диапазонам изменения параметров и шагу перебора значений каждого диапазона, формируя все возможные комбинации заданных значений параметров. Общее количество обучающих выборок составило 31 744 образца. Требуемым значением среднеквадратичной ошибки было принято 0.001. На основе данной выборки сеть обучалась в пакетном режиме. На ЭВМ процессором Celeron CPU 2.40GHz и 512 Мб оперативной памяти продолжительность процедуры обучения в Matlab составила 6 часов.

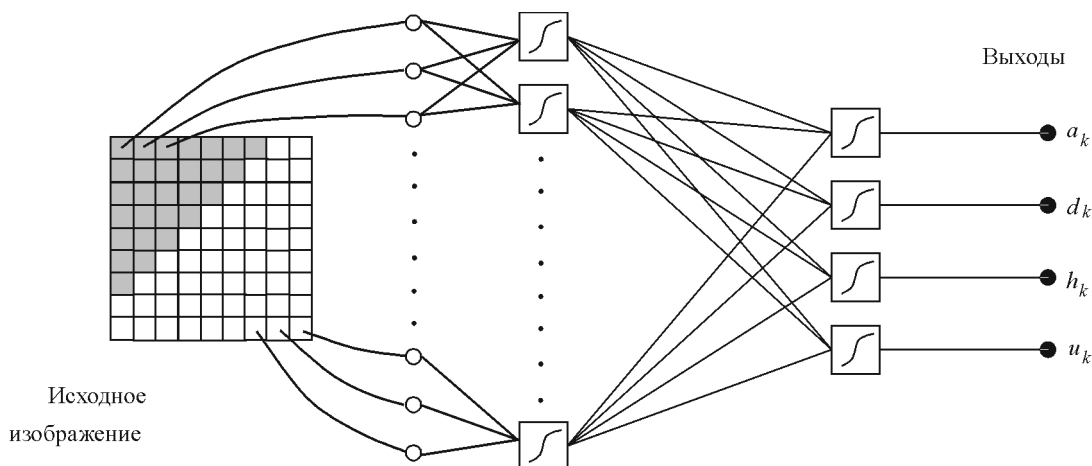


Рис. 3. Архитектура полученной сети

### 3.3. АЛГОРИТМ, РЕАЛИЗУЮЩИЙ МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В рамках данного подхода [3] необходимо найти непрерывную границу  $\Gamma$ . При этом рассматриваются различные варианты положения линии границы в окне. Например, в случае, если линия границы делит наше окно сверху вниз, как это показано на рис. 2, то  $\tilde{A} = \{\tilde{\Gamma}_i\}$ , где  $\tilde{\Gamma}_i$  — координата  $X$  прохождения границы в  $i$ -й строке,  $i = \overline{1, N}$  и  $|\tilde{\Gamma}_i - \tilde{\Gamma}_{i-1}| \leq 1$ . Далее используем функционал качества в следующем виде

$$L = \sum_i^N \sum_j^N \delta_{ij}^2;$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} z(i, j) - \tilde{u} - \tilde{h}, & j \leq \tilde{\Gamma}_i, \\ z(i, j) - \tilde{u}, & j > \tilde{\Gamma}_i, \end{cases}$$

где  $\tilde{u}$  и  $\tilde{h}$  — некоторые оценки значений  $u$  и  $h$  (авторы пользовались усредненными значениями первых слева (для  $\tilde{u} + \tilde{h}$ ) и последних справа (для  $\tilde{u}$ ) столбцов/строк по отношению к предполагаемому положению границы).

Минимизация  $L$  выполняется методом динамического программирования на основе алгоритма, описанного авторами ранее [3], в процессе применения которого происходит оптимальная оценка и самой границы  $\Gamma$ .

### 4. СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ ПРЕДЛОЖЕННЫХ АЛГОРИТМОВ

Выше описаны три подхода, осуществляющих поиск перепада яркости: алгоритм Перова, нейросетевой алгоритм и алгоритм, использующий метод динамического программирования. Нами было произведено сравнение данных

алгоритмов между собой с помощью моделирования. Моделирование происходило при следующих параметрах задачи  $u = 0.5$ ,  $u + h = 0.6$ ,  $N = 21$ . При этом  $\sigma$  менялась в пределах  $0 \dots 0.2$ . В качестве количественной оценки правильности определения границы подсчитывалось количество ( $M$ ) пикселей объекта неправильно отнесенных к фону и пикселей фона — к объекту. На рис. 4 показаны зависимости среднего значения величины  $\varepsilon = M / N^2$  от  $\sigma$ . Первый (1) график характеризует работу оператора нахождения контура, второй (2) — функционирование нейронной сети, третий (3) — работу алгоритма, использующего метод динамического программирования.

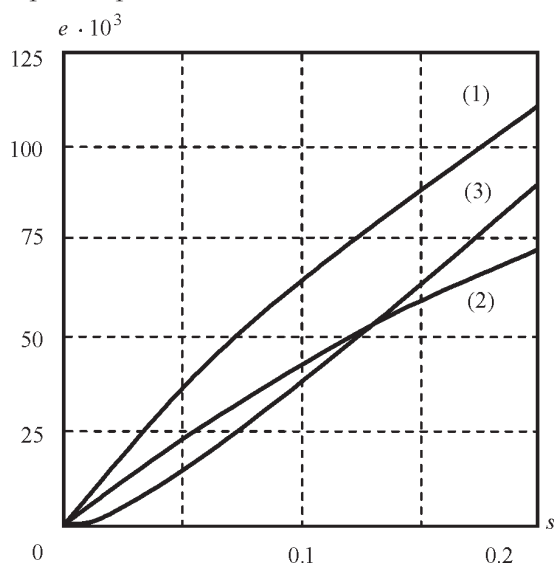


Рис. 4. Зависимость  $\varepsilon$  от  $\sigma$  при моделировании

Результаты эксперимента показывают, что второй и третий алгоритмы более устойчивы к шумам нежели алгоритм, описанный А. И. Перовым и Г. Г. Соколовым [1]. При этом алгоритм, использующий метод динамического программирования, показывает лучшие результаты при небольших значениях дисперсии шума ( $\sigma < 0.1$ ), однако при  $\sigma > 0.1$  (белый шум соизмерим по мощности с полезным сигналом) наиболее устойчивым оказывается нейросетевой алгоритм.

#### 4. ФОРМИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ ГРАНИЦЫ

Под границей здесь и далее подразумевается граница, делящая наш участок изображения сверху вниз на две части — фон и объект (см. рис. 5). Такое ограничение не является принципиальным и введено лишь для формаль-

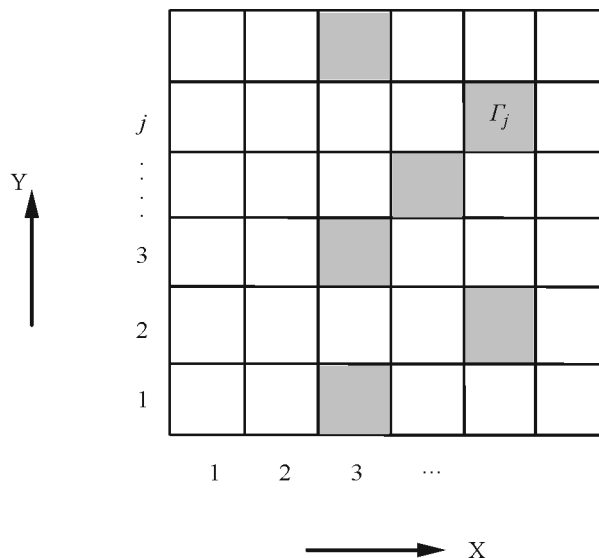


Рис. 5. Изображение разрывной границы объекта

ного описания алгоритма в данном случае. Любые другие возможные конфигурации при «сшивании» разрывной границы отличаются лишь операцией пространственного поворота системы координат. В рассматриваемом случае граница фактически определяется вектором  $\Gamma = (\Gamma_1, \Gamma_2, \dots)^T$ , где  $\Gamma_j$  — положение элемента границы в  $j$  строке. Граница является непрерывной, если для нее справедливо  $|\Gamma_j - \Gamma_{j-1}| \leq 1$ .

Рассмотрим предлагаемый нами алгоритм сшивания участков разрывной границы в следующей постановке. Пусть, для участка изображения размера  $M \times N$  имеется разрывная в общем случае граница  $\Gamma^* = (\Gamma_1^*, \Gamma_2^*, \dots, \Gamma_M^*)$ . На рис. 5  $\Gamma^* = (3, 5, 3, 4, 5, 3)$ . Требуется на основе  $\Gamma^*$  получить контур границы  $\Gamma$ , обладающий свойством неразрывности и удовлетворяющий критерию минимизации суммы  $S = \sum_{j=1}^M d(\Gamma_j - \Gamma_j^*)$ , где  $d(x)$  — некая четная не-отрицательная функция, служащая локальным критерием близости индексов  $\Gamma_j$  и  $\Gamma_j^*$ . В простейшем случае  $d(x) = x^2$ .

В рамках предлагаемого алгоритма получения  $\Gamma$  строится граф, изображенный на рис. 6, вершинами которого являются пиксели изображения. При этом фиктивно вводятся «начальная» и «конечная» вершины. Стоимости ребер, идущих в каждый пиксел  $(i, j)$  ( $i$  — номер столбца, то есть координата  $x$ ,  $j$  — номер строки, то есть координата  $y$ ), принимаем равными  $d(i - \Gamma_j^*)$ , стоимости ребер, идущих в «конечную» вершин, — нулю. При этом любой путь из

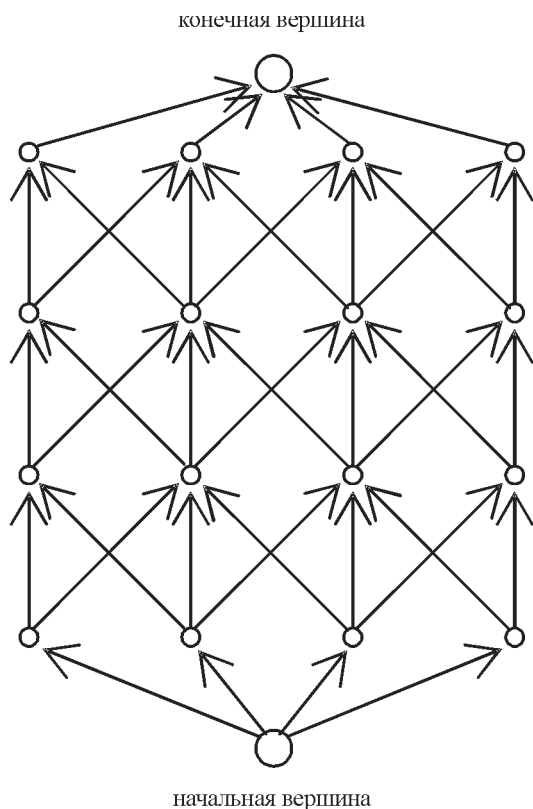


Рис. 6. Граф возможных переходов при формировании непрерывной границы

«начальной» вершины в «конечную» соответствует одной из возможных границ  $\Gamma$ , и, наоборот, любая граница соответствует пути на графе. Минимальный по стоимости путь на графе из «начальной» вершины в «конечную» соответствует границе с минимальной функцией отклонения  $S$ . Таким образом, задача минимизации функции  $S$  сводится к поиску минимального пути на построенном графе [4]. Так как дополнительно введены «начальная» и «конечная» вершины, то граница может начаться в любом месте первой строки и закончиться в любом месте последней строки, в соответствии с минимизацией функционала  $S$ .

Описанный алгоритм «сшивания» границы показывает хорошие результаты, т.к. использует глобальный критерий близости двух границ, анализируя все изображение целиком. При этом невозможны случайные отклонения  $\Gamma$  от  $\Gamma^*$ , т.к.  $\Gamma$  формируется наиболее «близко» к  $\Gamma^*$  в рамках критерия, заданного функцией  $d$ .

Данный подход можно применить при решении задачи объединения найденных локальных участков границы объекта. В смежных окнах данный алгоритм позволяет получить один непрерывный контур (см. рис. 7).

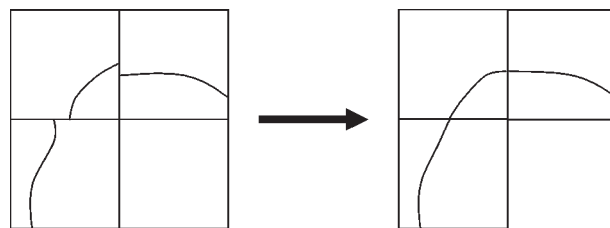


Рис. 7. Результаты «сшивания» границы объекта

## 5. ОБРАБОТКА РЕАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Для обработки реальных изображений мы исходили из следующих соображений. Пусть имеется полутоновое изображение. Так как нам ничего неизвестно ни о характере изображения, ни о наличии, количестве и размере объектов на изображении, ни о том, что считать объектами и соответственно их границами, то предлагается ориентироваться в программе на поиск участков перепадов яркости, зашумленных шумами.

Исходное изображение разбивается на квадратные окна, размером  $k \times k$  пикселей (см. рис. 8). Далее для каждого окна решается задача проверки гипотезы о наличии границы. Предполагается, что если граница существует, то она ровно одна. Таким образом, от параметра  $k$  зависят характерные размеры объектов, которые будут обнаруживаться на изображении и, наоборот, в случае известных размеров объектов можно оптимальным образом выбрать параметр  $k$ . Для обнаружения перепада яркости необходимо, чтобы для  $k$  выполнялось:

— размеры объектов на изображении были такими, что в окно размером  $k \times k$  действитель-

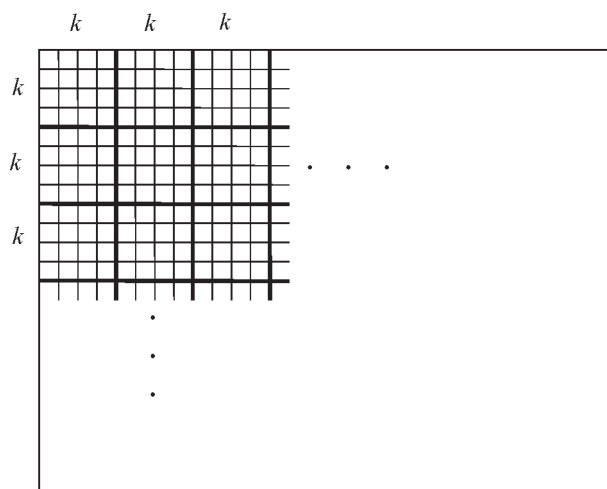


Рис. 8. Разбиение изображения на окна размером  $k \times k$

но попадал один перепад яркости на границе объектов, а не несколько границ сразу или объект целиком;

— в окне размером  $k \times k$ , при наличии зашумленного перепада, действительно был различим этот перепад яркости, а само изображение в окне не воспринималось как участок с однородным фоном из-за слишком маленького размера окна.

Очевидно, что данные два требования противоречат друг другу, однако оптимальный выбор параметра  $k$  позволяет добиться необходимых результатов. Далее для каждого окна решается задача обнаружения перепада яркости.

Помимо разбиения исходного изображения на непересекающиеся элементарные окна возможен другой подход. А именно: происходит сканирование окном размером  $k \times k$  всего изображения, при котором окно сдвигается и по горизонтали, и по вертикали на шаг  $k_0 < k$ . В частности, мы брали  $k_0 = k/2$ . При таком подходе получается, что окна пересекаются. Преимущество такого сканирования в том, что вероятность попадания границы объекта в одно из элементарных окон выше, чем при простом разбиении изображения на непересекающиеся части. На рис. 9 видно, что с наибольшей вероятностью граница объекта будет обнаружена при анализе промежуточного участка, чем если бы мы анализировали непересекающиеся окна, в которые граница объекта попадает лишь с краю.

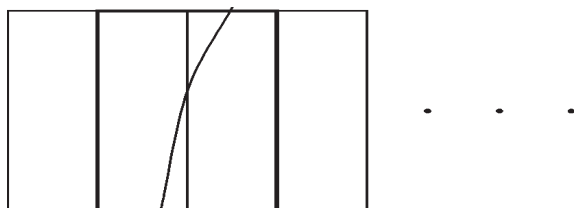
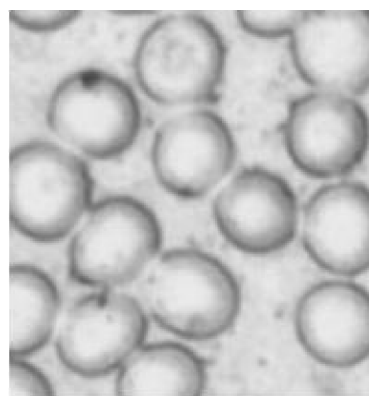


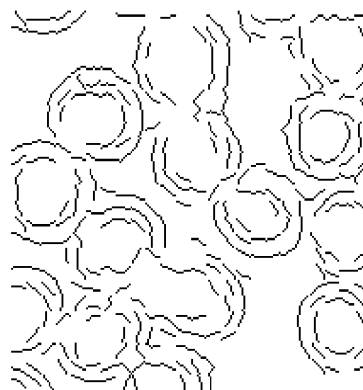
Рис. 9. Сдвиг окна на половину размера окна при сканировании изображения

Результаты работы программы для  $k = 8$  и  $k_0 = 8$  представлены на рис. 10. В данном примере показаны те точки, которые были отнесены

к граничным хотя бы в одном элементарном окне при сканировании.



(а)



(б)

Рис. 10. Результаты обнаружения локальных перепадов яркости: а) исходное изображение, б) обнаруженные перепады яркости

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Перов А.И. Алгоритм последовательного выделения контура объекта на двумерных цифровых изображениях / А. И. Перов, Г. Г. Соколов // — Радиотехника. — 1998. — № 7.
2. Хюккель М. Оператор нахождения контуров на кодированных изображениях / М. Хюккель // Интегральные роботы. — М.: Мир, 1973.
3. Сирота А.А. Определение границы раздела случайных полей при обработке изображений с использованием метода динамического программирования / А. А. Сирота, А. И. Соломатин // материалы Шестой Междунар. науч.-метод. конф.: Информатика: проблемы, методология, технологии: Воронеж, 2006.
4. Кормен Т. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. — пер. с англ. К. Белов и др.; науч. ред. А. Шень. — М.: МЦНМО, 2002. — 955 с.