

НЕКАУЗАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ГЕНЕРАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ

А. А. Сирота, Д. Н. Сергеев

Воронежский государственный университет

Рассмотрена некаузальная модель случайного поля и реализуемые на ее основе алгоритмы генерации реализаций случайных полей. Приводится схема вычисления пространственно корреляционной функции для приведенных алгоритмов. Исследуются характеристики алгоритмов генерации, полученных с использованием аппарата искусственных нейронных сетей.

ВВЕДЕНИЕ

Во многих работах, посвященных обоснованию алгоритмов анализа, обработки и имитации цифровых изображений, используются модели, основанные на представлении изображений как реализаций случайных полей. При этом наиболее часто используется марковская модель разделимого случайного поля, процесс генерации которого описывается простыми рекуррентными уравнениями известного вида с заданием определенного порядка просмотра элементов координатной сетки [1—4]. Получаемые с помощью подобных моделей тестовые изображения обладают одним существенным недостатком: их текстура имеет не изотропный характер с ориентацией на локализацию яркостных фрагментов вдоль координатных осей и не всегда отражает текстуру реальных изображений пространственно-протяженных однородных объектов. Альтернативным вариантом является использование более сложных каузальных и некаузальных моделей случайных полей [5—7]. При этом возникает ряд проблем, связанных с анализом их устойчивости и согласования статистических характеристик получаемых цифровых изображений с характеристиками реальных изображений [8, 9]. Отметим, что под каузальными моделями случайных полей обычно понимают модели их формирования, согласно которым каждое очередное значение поля статистически зависит от «предыдущих» в смысле заданного порядка просмотра элементов координатной сетки. Такие модели являются авторегрессионными, марковскими моделями случайных полей. Для некаузальных моделей характерно определение очередного значения в

зависимости от значений, заданных на «окружающих» его элементах координатной сетки [2, 3]. При этом нельзя получить алгоритм генерации реализации случайного поля в рекуррентной форме.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью данной работы является рассмотрение алгоритмов генерации реализаций случайных полей на основе некаузальных моделей и анализ возможностей их применения для имитации текстур реальных изображений. Для получения некаузальных моделей случайных полей, описывающих реальные изображения, при этом будет использоваться аппарат искусственных нейронных сетей, эффективность применения которого показана в предыдущих работах авторов [7—10].

В работе [10] были рассмотрены линейные и нелинейные каузальные нейросетевые модели для построения алгоритмов генерации изображений различных классов как реализаций случайных полей. Предлагалось сформировать нейросетевой алгоритм получения каждого элемента формируемого изображения в виде отклика нейронной сети (НС) на входные воздействия, являющиеся элементами некоторой геометрически определенной окрестности этого элемента и реализации на его основе рекуррентной процедуры генерации случайного поля. Показано, что использование аппарата НС позволяет эффективно решить проблему нахождения пространственных связей между элементами реальных изображений (в том числе и нелинейных), представляя их в виде весов НС, получаемых в ходе обучения по эталонному фрагменту реального изображения. Используемый в работах авторов [7, 9, 10] аппарат позволяет также синтезировать текстуру цветных

изображений на основе модели с входами и выходами, соответствующими красной, зеленой и синей цветовым компонентам изображения, реализующей автоматический учет связей между ними. Полученные с помощью подобных моделей изображения имеют высокую степень визуального сходства с эталонными изображениями.

Любой алгоритм моделирования случайного поля, описывающего изображение поверхности заданного типа, в самом общем виде будем искать в форме следующего нелинейного оператора:

$$\begin{cases} Y_F = F(Y_P) + \xi, \\ Y_F^\gamma = F(Y_P^\gamma) + \xi^\gamma, \end{cases} \quad (1)$$

где первое выражение определяет основное уравнение для моделирования, а второе — совокупность уравнений для задания начальных граничных условий (значений); $Y_F = \{y_{kl}, (k, l) \in D_F\}$ —

совокупность векторов $y_{kl} = (y_{kl}^R, y_{kl}^G, y_{kl}^B)^T$, каждый из которых характеризует распределение интенсивности изображения в каналах цветности на выходе алгоритма в точке с координатами (k, l) ; D_F — область определения новых локальных состояний изображения, задающая принадлежность формируемых на выходе моделирующего алгоритма значений y_{kl} ; $Y_P = \{y_{ij}, (i, j) \in D_P\}$ — совокупность векторов $y_{ij} = (y_{ij}^R, y_{ij}^G, y_{ij}^B)^T$, каждый из которых характеризует распределение интенсивности в каналах цветности на входе алгоритма; D_P — область определения предшествующих локальных состояний, задающая принадлежность подаваемых на вход алгоритма значений y_{ij} ;

$\xi = \{\xi_{kl}, (k, l) \in D_F\}$ — совокупность векторов центрированных возмущений $\xi_{kl} = (\xi_{kl}^R, \xi_{kl}^G, \xi_{kl}^B)^T$, каждый из которых имеет матрицу ковариации $R_{kl} = R(Y_P) = \|\sigma^2 r_{nm}\|$. В уравнениях для граничных условий множества $Y_F^\gamma, Y_P^\gamma, \xi^\gamma$ вводятся аналогично.

Обычно область D_P образует некоторую окрестность области D_F , так что при ее перемещении как скользящего «окна» по заданному закону в пределах общей области всего изображения (при наличии соответствующих граничных значений) обеспечивается последовательное формирование реализации случайного поля, обладающего необходимыми характеристиками. Значения поля, полученные в очередной области D_P , являются, по сути, граничными для получения новых значений в области D_F . При моделировании полутонных (монокроматических) изображений в (1) y_{kl}, y_{ij}, ξ_{kl} — скалярные величины, характеризующие интенсивность элементов черно-белого раstra.

Возможные конфигурации областей, используемых в выражении (1) в рамках каузальной и некаузальной моделей формирования изображений, показаны на рис. 1.

Для синтеза искусственного изображения с использованием каузальной модели необходимо задание начальных граничных значений вдоль осей OX и OY [10], как это показано на рис. 1а. Далее при последовательном перемещении области D_P по всей плоскости изображения, например в направлении построчной (горизонтальной) развертки, для каждого положения по входным значениям, лежащим в области D_P , рекуррентно вычисляются значения очередных выходных отсчетов в области D_F .

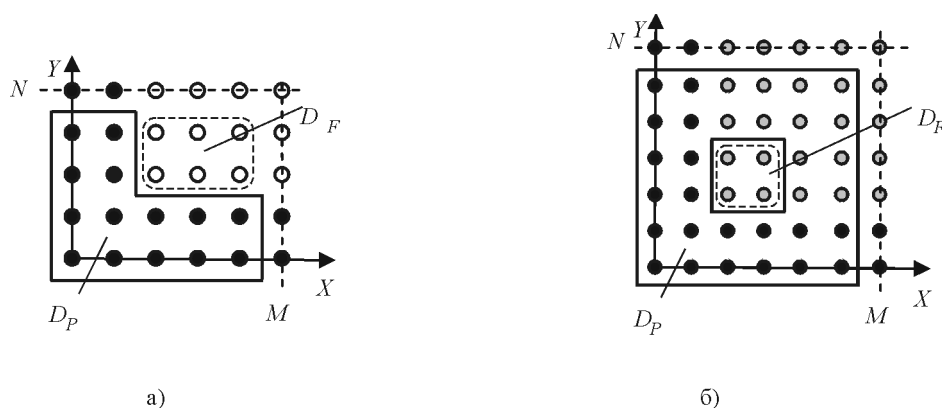


Рис. 1. Два типа моделей: каузальная модель (а), некаузальная модель (б)

Для синтеза изображения с использованием некаузальной модели, также можно использовать операцию обработки «скользящим окном». Но для начала работы алгоритма недостаточно задания лишь осевых граничных значений, т. к. в область D_p в этом случае попадают не только отсчеты, вычисленные на предыдущих шагах, но и «неизвестные» отсчеты, для которых определение еще не проводилось. В этом и состоит основная трудность применения подобной модели.

Далее без ограничения общности подхода будем рассматривать полутоновые изображения. Предположим, что изображение определяется как реализация гауссовского центрированного случайного поля, заданного на двумерной сетке прямоугольной формы размера $N \times M$. Рассматривается две модели такого поля: каузальная и некаузальная.

Каузальная модель в простейшем случае описывается рекуррентными уравнениями пространственной динамики следующего вида

$$\begin{aligned} Z(1,1) &= \sigma U(1,1), \\ Z(i,1) &= a_x^r Z(i-1,1) + \sigma_x^r U(i,1), \quad i = \overline{2, N}, \\ Z(1,j) &= a_y^r Z(1,j-1) + \sigma_y^r U(1,j), \quad j = \overline{2, M}, \\ Z(i,j) &= a_x Z(i-1,j) + a_y Z(i,j-1) + \\ &+ a_{xy} Z(i-1,j-1) + \sigma_{xy} U(i,j), \\ i &= \overline{2, N}, \quad j = \overline{2, M}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $Z(i,j)$ — значение случайного поля в элементе (пикселе) цифрового изображения с координатами (i,j) ; $U(i,j)$ — независимые в различных точках координатной сетки гауссовские случайные величины с параметрами $M[U(i,j)] = 0$, $M[U^2(i,j)] = 1$; $a_x^r, a_y^r, \sigma_x^r, \sigma_y^r$ — параметры, определяющие уравнения для задания граничных условий; $a_x, a_y, a_{xy}, \sigma_{xy}$ — параметры пространственной авторегрессии, используемой при формировании случайного поля. Будем называть подобную модель случайного поля 3-точечной в том смысле, что упреждающая область D_p при определении очередного значения $Z(i,j)$ в D_F состоит из трех точек (что также не ограничивает общность рассмотрения). Работа алгоритма генерации предполагает сначала задание начальных (осевых) граничных значений в точках, расположенных на осях OX и OY . Затем к ним последовательно добавляются точки, располагающиеся в центральной части координатной сетки (добавление

происходит при помощи последнего уравнения в выражении (2)).

Некаузальная модель при условии, что получены точки области D_p , окружающей точку с координатами (i,j) , описывается в простейшем случае уравнениями следующего вида

$$\begin{aligned} Z(i,j) &= a_{11} Z(i-1,j-1) + a_{21} Z(i,j-1) + \\ &+ a_{31} Z(i+1,j-1) + a_{12} Z(i-1,j) + \\ &+ a_{32} Z(i+1,j) + a_{13} Z(i-1,j+1) + \\ &+ a_{23} Z(i,j+1) + a_{33} Z(i+1,j+1) + \\ &+ \sigma_{xy} U(i,j), \quad i = \overline{2, N-1}, \quad j = \overline{2, M-1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь, величины $Z(i,j)$, $U(i,j)$, определяются так же, как и в выражении (2); a_i , $i = 1, 8$ и σ_{xy} — параметры формирования нового элемента случайного поля. При этом в область D_p попадет восемь точек, а в область D_F , как и в предыдущем случае, одна точка. Как уже отмечено, применение подобных алгоритмов генерации случайного поля и задание для них граничных значений имеет специфику, т. к. в упреждающую область определения значений поля D_p в этом случае должны попадать не только отсчеты, вычисленные на предыдущих шагах, но и «неизвестные» отсчеты, для которых определение еще не проводилось.

Для преодоления подобной трудности предлагается использовать в качестве начальных значений случайного поля — значения области D_p , окружающей область D_F , которые генерируются с использованием каузальной модели. В этом случае на первом этапе синтезируем реализацию поля Z в соответствии с каузальной моделью — реализацию каузальной модели (РКМ). Затем из полученной реализации поля Z формируем реализацию поля Z' в соответствии с некаузальной моделью — реализацию некаузальной модели (РНКМ). При этом могут быть предложены два способа формирования случайного поля и соответствующие им варианты алгоритма генерации.

Первый вариант (рис. 2 а) предполагает использование значений всей реализации, полученной на основе каузальной модели, для формирования реализации поля в соответствии с некаузальной моделью на основе применения маски области D_p вида рис. 1 б в скользящем режиме со сдвигом на каждом шаге на размер области D_F (на одну точку для частного случая оператора (3)). Отсчеты реализации поля Z' при этом получаются путем применения сколь-

зующего оконного преобразования — «некаузального фильтра» по отношению к ранее полученной РКМ. На вход фильтра при этом подаются только отсчеты поля Z . При этом результат фильтрации не переопределяет отсчетов в РКМ — Z , а сохраняется в новой РНКМ — Z' . В результате этого все элементы — отсчеты реализации некаузального поля Z' получаются равноценными (они все были получены в результате каузального синтеза и применения оператора вида (3)).

Второй вариант предполагает формирование реализации некаузального поля путем применения маски области D_p оператора (3) в скользящем режиме со смещением ее на каждом шаге на размер маски. Это способ формирования РНКМ иллюстрирует рис. 2 б. Отличие от предыдущего способа заключается в том, что на каждом шаге фильтрации, маска смещается не

на один отсчет (размер моделируемой области D_F), а на размер области D_p . Изначально для построения РНКМ этим способом достаточно построить «сетку», состоящую из «каузально» полученных точек. В каждой ячейке получившейся сетки переопределяются только центральные элементы — отсчеты, находящиеся внутри маски области D_p оператора (3). Следовательно, полученная таким образом реализация поля, состоит как из элементов РКМ, так и из элементов РНКМ.

Представляет интерес получение распределения случайного поля, полученного на основе той или иной модели, в произвольных точках координатной сетки. С этой целью для каждого из описанных алгоритмов необходимо рассчитать матрицу ковариации обобщенного вектора X' , отображающего значения случайного поля при развертке в один столбец, и, соответственно,

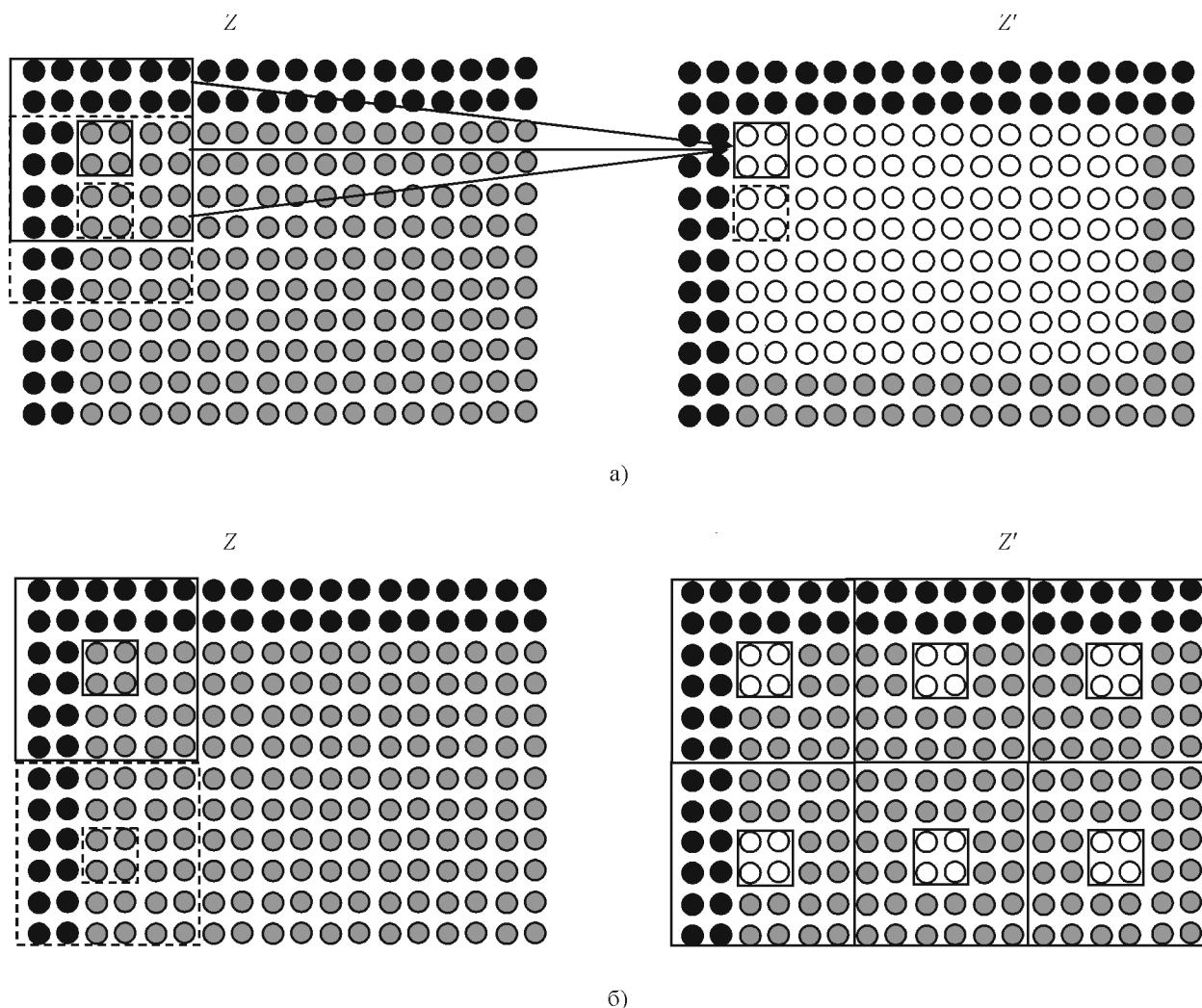


Рис. 2. Способы формирования РНКМ: а) первый способ; б) второй способ. Черным цветом выделены — точки, соответствующие граничным условиям, серым — точки исходной РКМ, а белым — точки получаемой РНКМ

функцию пространственной корреляции (ФПК) поля. Воспользуемся известным соотношением преобразования свертки векторных гауссовских случайных величин. Пусть x и z два гауссовских вектора, причем их безусловная (для x) и условная (для z) плотности распределения определяются как

$$P(x) = N(x, m_x, R_x),$$

$$P(z | x) = N(z, hx, R_z),$$

где m_x, R_x, hx, R_z — математические ожидания и матрицы ковариации x и z , а h — матрица связи соответствующей размерности, тогда безусловная плотность распределения для z имеет вид

$$P(z) = \int N(z, hx, R_z) N(x, m_x, R_x) dx = N(z, hm_x, hR_x h^T + R_z). \quad (4)$$

Схема проведения подобных расчетов для первого алгоритма генерации РНКМ представлена на рис. 3.

Развернем элементы двумерного поля по столбцам. При этом получим обобщенный вектор размера $N * M$. Тогда для РKM поля Z и РНКМ Z' получим обобщенные векторы X и X' соответственно. Используя новые обозначения, можно переписать оператор формирования РНКМ в виде

$$X' = HX + V, \quad (5)$$

где H — матричный оператор, применение которого к вектору X , дает тот же результат, что

и свертка некаузального фильтра с полем Z , а V — вектор возмущений, в котором элементы принимают значения равные $\sigma_{xy} U(i, j)$ для внутренних отсчетов и 0 для граничных, где σ_{xy} и $U(i, j)$ берутся из уравнения (3).

Здесь, используя предположение о гауссовском характере распределений Z и Z' для плотностей распределения обобщенных векторов X и X' , можно записать следующие соотношения:

$$P_K(X) = N(X, M_K, R_K),$$

$$P_H(X' | X) = N(X', HX, VV^T).$$

где M_K, R_K — математическое ожидание и матрица ковариации обобщенного вектора X , а H и V — матричный оператор и возмущение из уравнения (5). Тогда согласно уравнению (4) безусловная плотность распределения вектора X' будет равна:

$$P_H(X') = N(X, HM_K, HR_K H^T + VV^T). \quad (6)$$

В последнем соотношении неизвестными являются моменты распределения обобщенного вектора X — M_K, R_K .

Для нахождения M_K, R_K используем следующий подход. Пусть гауссовские случайные векторы a и b связаны соотношением:

$$a = hb + d,$$

где h — матрица соответствующей размерности, а d — гауссовский случайный вектор с параметрами $M[d] = 0, M[dd^T] = R_d$, т. е. $P(a | b) = N(a, m_{a|b}, R_{a|b}) = N(a, hb, R_d), P(b) = N(b, m_b, R_b)$. Рассмотрим случайный вектор $c = (a^T, b^T)^T$, распределение которого определяется соотношением $P(c) = N(a, hb, R_d) N(b, m_b, R_b)$. Известно, что математическое ожидание и матрица ковариации составного вектора c равны [11]:

$$E_c = \begin{pmatrix} E_a \\ E_b \end{pmatrix}, R_c = \begin{bmatrix} R_a & R_{ab} \\ R_{ba} & R_b \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где E_a, E_b — математическое ожидание случайных величин a и b соответственно; R_a — матрица ковариации случайной величины a , которая согласно (4) равна $R_a = R_d + hR_b h^T$; $R_{ab} = R_{ba}^T = M[(a - m_a)(b - m_b)^T] = hR_b$ — ковариация векторов a и b ; R_b — матрица ковариации случайной величины b . Тогда выражение для R_c можно записать в виде

$$R_c = \begin{bmatrix} R_d + hR_b h^T & hR_b \\ R_b h^T & R_b \end{bmatrix}. \quad (8)$$

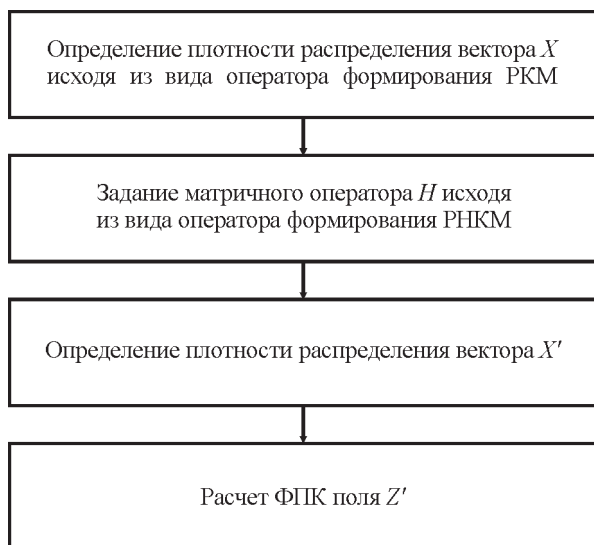


Рис. 3. Схема определения ФПК поля Z'

Пусть $P(x_K, x_{K-1}, \dots, x_2, x_1)$ — совместная плотность распределения, вектора X , здесь $K = N * M$. Тогда для РКМ случайного поля, полученной при помощи рекуррентных уравнений (2), справедливо следующее соотношение:

$$\begin{aligned} P(x_K, x_{K-1}, \dots, x_2, x_1) &= \\ &= P(x_K | x_{K-1}, x_{K-2}, \dots, x_2, x_1) \times \\ &\quad \times P(x_{K-1}, x_{K-2}, \dots, x_2, x_1) = \\ &= P(x_K | x_{K-1}, x_{K-2}, \dots, x_2, x_1) \times \\ &\quad \times P(x_{K-1} | x_{K-2}, \dots, x_2, x_1) \times \quad (9) \\ &\quad \times P(x_{K-2}, \dots, x_2, x_1) = \dots \\ &= P(x_K | x_{K-1}, x_{K-2}, \dots, x_2, x_1) \times \\ &\quad \times P(x_{K-1} | x_{K-2}, \dots, x_2, x_1) \dots P(x_3 | x_2, x_1) \times \\ &\quad \times P(x_2 | x_1) P(x_1). \end{aligned}$$

При этом очевидно, что для каждого элемента поля справедливо выражение: $x_k = h * (x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_2, x_1) + \sigma_k \xi_k$, $k = 2, K$, где вектор h — определяет зависимость отсчета x_k от отсчетов, полученных на предыдущих шагах, а ξ_k — гауссовская случайная величина с параметрами $M[\xi] = 1$, $M[\xi \xi^T] = 1$. Так как $P(x_1)$ известно из первого условия в уравнении (2), то можно свернуть выражение (9) слева направо, используя формулы (7), (8), до тех пор, пока не будет получена плотность (фактически первый и второй моменты) распределения вектора X .

Таким образом, с учетом выполнения указанных преобразований, все величины в выражении (6) становятся известными и можно окончательно вычислить плотность распределения вектора X' .

Для второго алгоритма формирования реализации некаузального поля, также можно определить распределение обобщенного вектора X' . Сдвиг маски некаузального фильтра на каждом шаге на размер области D_P , вносит некоторые изменения в схему вычислений, которая представлена на рис. 4.

На первом этапе в соответствии с описанным ранее алгоритмом получаем математическое ожидание M_K и матрицу ковариации R_K , обобщенного вектора X , полученного путем развертки по столбцам каузального поля. Затем рассматривается вектор X^P , состоящий из элементов X , принадлежащих областям D_P (на рис. 2б они помечены серым цветом), и подающихся на вход некаузального фильтра. При этом распре-

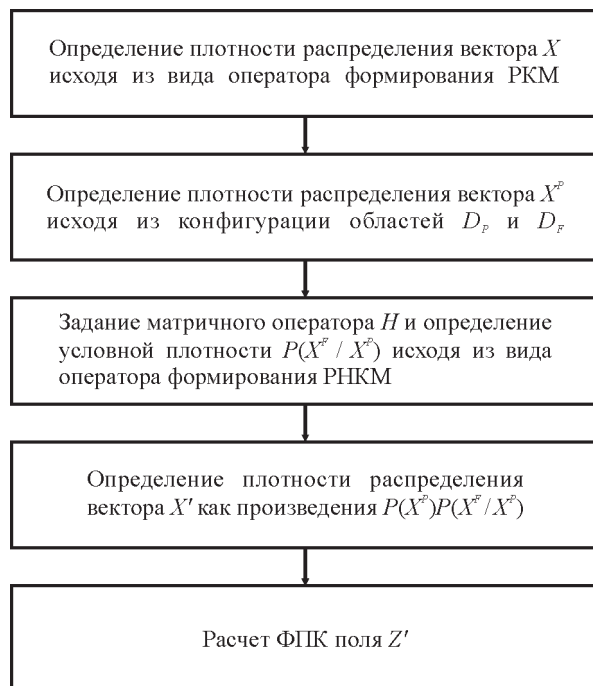


Рис. 4. Схема определения ФПК Z'

деление $P(X^P) = N(X^P, m^P, R^P)$ находится из распределения вектора X , так математическое ожидание m^P получается путем выбора из M_K математических ожиданий элементов принадлежащих D_P . Матрица ковариации такого усеченного вектора R^P находится на пересечении строк и столбцов матрицы ковариации R_K , содержащих элементы, принадлежащие D_P .

Далее рассматривается вектор X^F , состоящий из элементов X' , принадлежащих областям D_F и соответствующих выходам некаузального фильтра. Легко убедиться, что элементы X^F , полученные путем обработки некаузальным фильтром векторов X^P , удовлетворяют последнему условию системы (3) и для них справедливо соотношение:

$$X^F = hX^P + U,$$

где $h = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_7, a_8)$ — вектор, состоящий из коэффициентов уравнения (3), а U — возмущение, среднеквадратичное отклонение, которого равно σ_{xy} , где σ_{xy} берутся из уравнения (3). Значит условная плотность распределения $P(X^F | X^P) = N(X^F, hX^P, UU^T)$.

Следовательно, плотность распределения вектора X' , может быть найдена по формуле

$$P(X') = P(X^F | X^P) | P(X^P).$$

Итак, для описанных выше алгоритмов генерации РНКМ, было получено ее распределе-

ние, т. е. были определены моменты первого и второго порядка обобщенного вектора X' . Зная матрицу ковариации вектора X' , можно легко построить пространственно корреляционную функцию поля.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В результате обучения нейронной сети на основе методики по реальному изображению [10], были получены параметры формирования случайных полей для каждого из вышеописанных алгоритмов. Используя эти параметры, были построены РНКМ случайных полей для обоих алгоритмов. На рис. 5 представлены графики эволюции дисперсий этих случайных полей в зависимости от пространственного положения пикселей, полученные для 9-точечной модели.

Из анализа рис. 5 можно сделать вывод о том, что, начиная с некоторого шага при определенных соотношениях коэффициентов, формируемое случайное поле становится однородным.

Представленные результаты иллюстрируют возможность настройки и согласования параметров алгоритма генерации случайного изображения с требуемыми. Например, возможно построить случайное поле с заданной матрицей ковариации.

При использовании нейросетевых каузальных и некаузальных моделей изображений, обученных на основе методики по реальным изображениям [10], с использованием приведенных выше алгоритмов были получены следующие результаты, представленные на рис. 6.

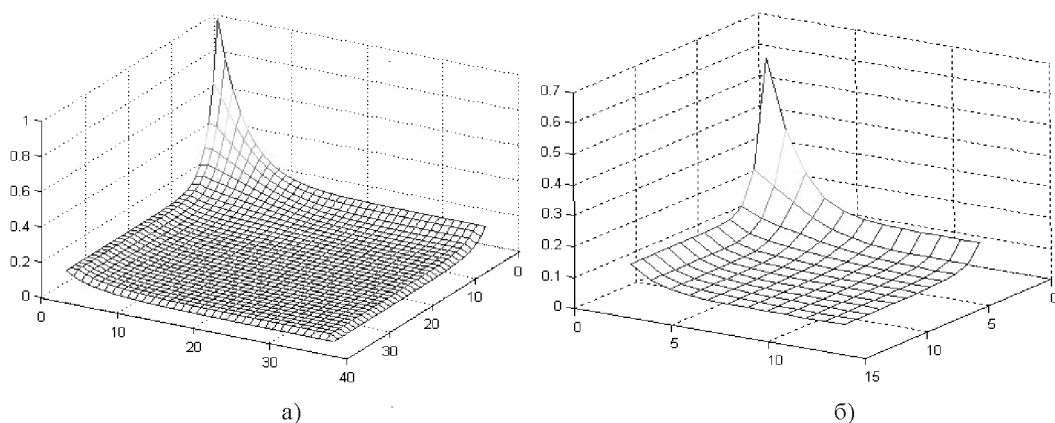


Рис. 5. График дисперсии случайного поля, полученный с использованием, описанных алгоритмов расчета: а) первый алгоритм генерации; б) второй алгоритм генерации

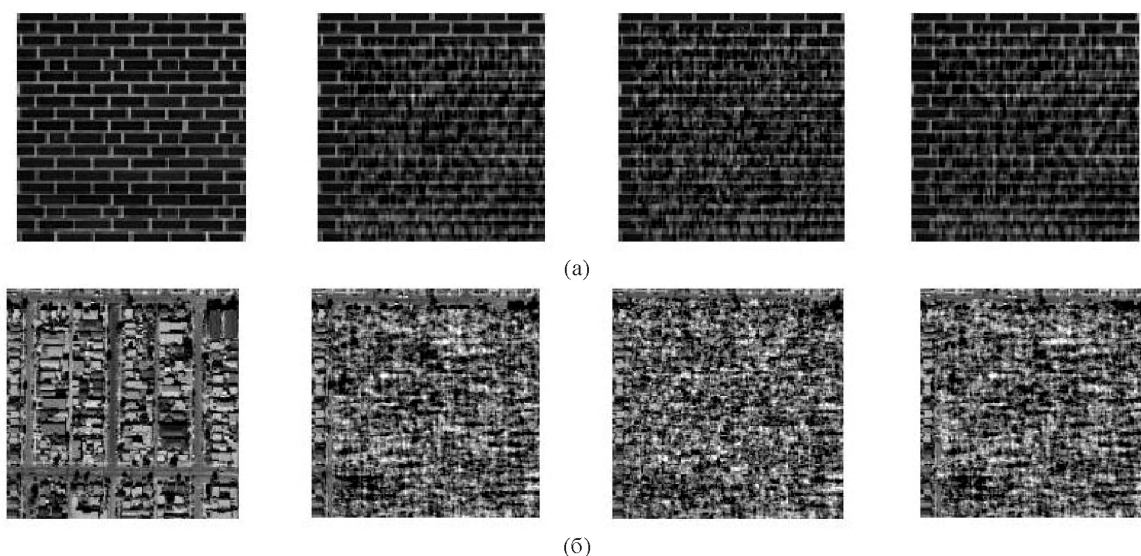


Рис. 6. Результаты моделирования (слева направо): оригинал; изображение, полученное в результате генерации РКМ; изображение РКМ полученное по первому алгоритму; изображение, полученное по второму алгоритму: а) изображение кирпичной стены; б) аэрокосмическое изображение города

В ходе исследования были проведены опыты по тестированию вышеописанных алгоритмов и их адекватности для моделирования реальных изображений. Эффективность алгоритма оценивалась визуальным сходством реальных и синтезированных изображений, а также при помощи следующих числовых оценок: M — математическое ожидание; D — дисперсия; C_x, C_y — коэффициенты корреляции по оси Ox и Oy соответственно.

Так, для изображения рис. 6 б были получены следующие оценки (см. табл.).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные опыты свидетельствуют о визуальном сходстве реальных и синтезированных изображений. Определенные по ним оценки параметров демонстрируют близость с параметрами реальных изображений. При этом несколько лучшие результаты демонстрируют алгоритмы, реализованные в соответствии с некаузальной моделью формирования. Все это позволяет утверждать, что предлагаемые модели синтеза изображения являются хорошим аппроксиматором реальных изображений, имеющих стохастическую квазипериодическую структуру.

Таблица

	оригинал	РКМ	1 алгоритм	2 алгоритм
M	0.3614	0.3597	0.3651	0.3628
D	0.2075	0.2138	0.2060	0.2119
C_x	0.6204	0.6405	0.6263	0.6390
C_y	0.6313	0.6830	0.6549	0.6753

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джайн А.К. Успехи в области математических моделей для обработки изображений / А. К. Джайн // ТИИЭР. — 1981. — Т. 69. — № 5. — С. 9—39.
2. Виттих В.А. Обработка изображений в автоматизированных системах научных исследований / В. А. Виттих, В. В. Сергеев, В. А. Соифер. — М.: Наука, 1982. — 213 с.
3. Васильев К.К. Методы фильтрации многомерных случайных полей / К. К. Васильев, В. Р. Крашенинников. — Саратов: Изд. СГУ, 1990. — 128 с.
4. Методы компьютерной обработки изображений / под ред. В. А. Соифера. — М.: Физматлит, 2001. — 784 с.
5. Bonet J. S. D. Multiresolution sampling procedure for analysis and synthesis of texture images / J. S. D. Bonet // SIGGRAPH '97. — 1997. — P. 361—368.
6. Efros A.A. Texture synthesis by non-parametric sampling / A. A. Efros, T. K. Leung // IEEE International Conference on Computer Vision. — Corfu, Greece, — 1999.
7. Сергеев Д.Н. Нейросетевые алгоритмы генерации случайных полей на основе каузальной и нека-

узальной моделей формирования / Д. Н. Сергеев, А. А. Сирота // Информатика: проблемы, методология, технологии: материалы Седьмой Междунар. науч.-метод. конф. — Воронеж, 2007.

8. Сирота А.А. Анализ характеристик алгоритмов имитации цифровых изображений на основе моделей марковских неразделимых случайных полей / А. А. Сирота, Д. Н. Сергеев // Вестник ВГУ Системный анализ, — 2006. — № 1. — С. 109—115.

9. Сирота А.А. Алгоритмы имитации текстуры изображений пространственно-распределенных объектов на основе моделей марковских случайных полей / А. А. Сирота, Д. Н. Сергеев // Радиотехника (журнал в журнале). — 2007. — № 18. — С. 33—38.

10. Сирота А.А. Построение авторегрессионных моделей текстуры цветных изображений на основе нейросетевых алгоритмов обработки информации / А. А. Сирота, Д. Н. Сергеев // Кибернетика и высокие технологии XXI века: материалы Седьмой Междунар. конф. — Воронеж, 2006.

11. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Д. Мелс. — М.: Связь, 1976. — 496 с.