
СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 330.46

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС АВТОМАТИЗАЦИИ ОПТИМАЛЬНОГО ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

А. В. Дылевский, В. Г. Рудалев, М. М. Безрядин

Воронежский государственный университет

Статья посвящена анализу существующих математических моделей оптимизации, выбору подходящих методов решения задачи оптимального формирования портфеля ценных бумаг предприятия, описанию разработанного программного комплекса для анализа рынка ценных бумаг предназначенного помочь инвестору в принятии решения.

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях фондовый рынок становится все более привлекательным в плане инвестирования сбережений. При разумном управлении доходность таких инвестиций превышает процентную ставку в банках и позволяет не только сохранить финансовые вложения относительно инфляции, но и приумножить. “Платой” за такую привлекательную возможность является риск присущий операциям на фондовом рынке. Поэтому перспективным является разработка математических моделей и методов оптимизации набора финансовых инструментов, т.е. создание алгоритмов позволяющих если не свести к нулю, то хотя бы свести к минимуму свойственный игре на бирже риск, а также создание эффективного программного обеспечения, реализующего подобные алгоритмы, и предназначенное помочь инвестору в принятии решения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью работы является анализ существующих математических моделей оптимизации, выбор подходящих методов решения поставленных задач, а также создание программного комплекса для анализа рынка ценных бумаг, в том числе формирования оптимального портфеля, который обеспечивает минимальный риск при желаемой доходности.

В соответствии с поставленной задачей данный программный комплекс должен представлять собой совокупность аналитической базы данных и программного обеспечения для рабо-

ты с ней. Разрабатываемая система должна обеспечивать глобальность собираемых данных, возможность доступа через Интернет, организацию работы в многопользовательском режиме, надежное централизованное хранение данных.

С учетом указанных требований представляется перспективным использование наиболее современного варианта клиент-серверной архитектуры с доступом к серверу баз данных через Web-сервисы [2].

В программный комплекс должна быть заложена возможность сбора информации, ее анализа и обработки. Клиентское приложение должно иметь дружелюбный интерфейс и обеспечивать наглядность получаемых результатов. На компьютере клиента необходимо наличие локальной базы для сокращения Internet-трафика.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ

Рассмотрим общую задачу распределения капитала, который участник рынка хочет потратить на покупку ценных бумаг, по различным видам ценных бумаг. Предваряя точные математические постановки, констатируем очевидную общую цель инвестора — вложить деньги так, чтобы сохранить свой капитал, а при возможности и нарастить его.

Процесс формирования оптимального портфеля достаточно трудоемкий процесс, сводящийся к анализу рынка и оценки тех или иных эмитентов по определенным критериям. Стоимость портфеля — это суммарная стоимость всех составляющих его бумаг. Если сегодня его стоимость есть P , а через год она окажется равной

© Дылевский А. В., Рудалев В. Г., Безрядин М. М., 2007

P_1 , то $\frac{P_1 - P}{P}$ естественно назвать доходностью

портфеля в процентах годовых. Т.е. доходность портфеля — это доходность на единицу его стоимости.

Пусть x_i — доля капитала, потраченная на покупку ценных бумаг i -го вида. Рассуждения о долях эквивалентны тому, что весь выделенный капитал принимается за единицу.

Найдем доходность всего портфеля ∂P . С одной стороны, через год капитал портфеля будет равен $1 + \partial P$, с другой — стоимость бумаг i -го вида увеличится с x_i до $x_i + \partial_i x_i$ так что суммарная стоимость портфеля будет равна $\sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n x_i \partial_i = 1 + \sum_{i=1}^n x_i \partial_i$. Приравнивая оба выражения для стоимости портфеля, получаем $\partial P = \sum_{i=1}^n x_i \partial_i$

Итак, задача увеличения капитала портфеля эквивалентна аналогичной задаче о доходности портфеля, выраженной через доходности бумаг и их доли. Предположим, что имеется некая статистика по ценам (ценовой ряд) C_i^j для бумаг, “кандидатов” на включение в портфель. Составим для каждой бумаги ряд доходности $R_i^j = \frac{C_i^{j+1} - C_i^j}{C_i^j}$. Доходности будут являться

случайными величинами. Предположим, что они распределены по нормальному закону. Как и для любой случайной величины, для доходности определяются ее выборочные характеристики: выборочное среднее и среднеквадратичное отклонение. Выборочное среднее M (средняя доходность за период) представляет собой одну из важнейших характеристик — она показывает, какую доходность следует ожидать от актива за конкретный период и определяется по формуле $M[R] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i$

Среднеквадратичное отклонение доходности δ представляет собой меру риска актива. Важно заметить, эта мера не является абсолютной, а имеет смысл лишь при сравнении характеристик нескольких активов. Вообще говоря, если актив A имеет $\delta = 0.01$, а актив B $\delta = 0.02$, то можно говорить, что B более рискован, чем A . Зная ряд доходности инструмента, можно найти величину среднеквадратичного отклонения по формуле $\delta = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - M[R])^2$. Таким

образом, можно увидеть, что эта величина характеризует разброс значений доходности от ее среднего значения. Чем больше этот разброс, тем меньше можно надеяться на справедливость предположения, что доходность актива совпадет со средним значением, а, следовательно, возрастает и риск вложений.

Обозначим через V_{ij} ковариацию доходностей ценных бумаг i -го и j -го вида. Так как доходность составляющих портфель ценных бумаг случайна, то и доходность портфеля есть также случайная величина. Математическое ожидание доходности портфеля есть

$$M_p = x_1 M_1 + x_2 M_2 + \dots + x_n M_n = \sum_{i=1}^n x_i M_i$$

обозначим его через M_p . Дисперсия доходности портфеля есть $\delta_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j V_{ij}$. Так же, как и для

ценных бумаг, назовем M_p эффективностью портфеля, а величину δ_p -риском портфеля.

Итак, эффективность и риск портфеля выражены через эффективности составляющих его ценных бумаг и их совместные ковариации.

Рассмотрим так называемый «портфель Марковица». Эта задача была сформулирована и решена американским экономистом Г. Марковицем в 1952 году. Пусть имеются n видов ценных бумаг, из которых инвестор хочет сформировать портфель. Необходимо найти x_i , минимизирующие риск портфеля

$$\delta_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j V_{ij}$$

при условии, что обеспечивается заданное значение эффективности портфеля $M_{ож}$, т. е.

$$\sum_{i=1}^n x_i M_i = M_{ож}$$

Поскольку x_i — доли, то в сумме они должны составлять единицу:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1.$$

Таким образом, получаем задачу оптимизации портфеля

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j V_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ \sum_{i=1}^n x_i M_i = M_{ож} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

Если опустить условия не отрицательности долей, то получим собственно задачу Марковица, которую можно решить в общем виде

Пусть — $x = (x_1, x_2 \dots x_n)^T$ вектор долей ценных бумаг.

$V = [V_{ij}]$ — матрица корреляции

$m = (m_1, m_2 \dots m_n)^T$ — вектор доходностей

ценных бумаг

$I = (1, 1 \dots 1)^T$ — единичный вектор

Тогда задача принимает вид:

$$V_{ож} = x^T V x \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} m_{ож} = x^T m = x m^T \\ 1 = I^T x = x^T I \end{cases}$$

Используя функцию Лагранжа, мы можем получить аналитическое решение [1]

$$x = -\frac{1}{2} V^{-1} (\lambda_0 + \lambda_1 m) = \frac{V^{-1}}{J_{12}^2 - J_1 J_2} ((m_{ож} J_{12} - J_2) I + (J_{12} - m_{ож} J_1) m), \quad (1)$$

где $J_1 = I^T V^{-1} I$, $J_2 = m^T V^{-1} m$, $J_{12} = I^T V^{-1} m = m^T V^{-1} I$

Важно отметить, что при решении задачи были отброшены условия неотрицательности долей. Это означает, что, воспользовавшись формулой (1) можно получить отрицательные доли. Такая ситуация возможна, если инвестор готов совершить так называемую операцию Short Sale. В этом случае необходимо занять акций, которые вышли с отрицательными долями, продать их, а полученные деньги вложить в акции с положительными.

В случае если такая операция недопустима, условия неотрицательности убирать нельзя, и мы получаем задачу квадратичного программирования

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j V_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ \sum_{i=1}^n x_i M_i = M_{ож} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

которую в общем виде решить нельзя и приходится прибегать к численным методам.

Учитывая тот факт, что все ограничения задачи являются линейными, в данной статье предлагается в качестве численного метода выбрать алгоритм Франка—Вульфа, который

сводит решение задачи квадратичного программирования к решению последовательности задач линейного программирования. Для этого необходимо найти первоначальное допустимое значение $x^0 = (x_1^0, x_2^0 \dots x_n^0)^T$. Допустимое решение найдем из системы

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ \sum_{i=1}^n x_i M_i = M_{ож} \end{cases}$$

учитывая условия неотрицательности. Для этого среди инструментов выделим два, у которых доходность больше (у первого) и меньше (у второго) чем ожидаемая доходность. Пусть эти инструменты имеют индексы i_1 и i_2 соответственно. Тогда в качестве допустимого начального значения возьмем вектор x с компонентами $x_i = 0$ при $i \neq i_1, i_2$, $x_{i_1} = \frac{m_{ож} - m_{i_2}}{m_{i_1} - m_{i_2}}$ и $x_{i_2} = \frac{m_{i_1} - m_{ож}}{m_{i_1} - m_{i_2}}$. Очевидно, что такое значение вектора удовлетворяет, как системе ограничений, так и условиям неотрицательности компонентов.

После этого находится градиент функции риска в этой точке

$$\nabla F(x^0) = \left(\frac{\partial F(x^0)}{\partial x_1}, \frac{\partial F(x^0)}{\partial x_2} \dots \frac{\partial F(x^0)}{\partial x_n} \right)^T$$

строится линейная функция

$$f(x) = \frac{\partial F(x^0)}{\partial x_1} x_1 + \frac{\partial F(x^0)}{\partial x_2} x_2 + \dots + \frac{\partial F(x^0)}{\partial x_n} x_n$$

и находится ее минимум при ограничениях (2), используя методы линейного программирования. В качестве точки x^1 берется решение этой задачи. Последовательность решения задач линейного программирования продолжается, пока $|F(x_i) - F(x_{i-1})| < \epsilon$.

Необходимо отметить тот факт, что при допустимости операции Short Sale теоретически мы можем получить любую желаемую доходность, за счет использования возможности привлекать дополнительные средства, одалживая акции и продавая их (фактически доходность естественно ограничена, поскольку инвестор может занять лишь определенное количество средств, напрямую зависящее от имеющихся у него финансовых активов). При запрете этой операции инвестор не может получить доходность больше, чем максимальная доходность инструментов-кандидатов на включение

в портфель, а также меньшую, чем минимальная доходность среди акций-кандидатов. Таким образом, мы всегда можем найти инструменты, для нахождения первоначального допустимого значения.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для формирования портфеля первоначально необходимо выбрать инструменты, которые мы хотим включить в портфель (см. рис. 1).

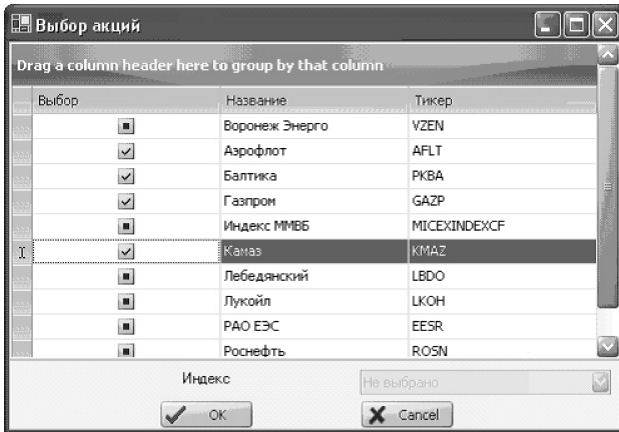


Рис. 1. Выбор инструментов

Эти инструменты выбираются инвестором из личных предпочтений или на базе предыдущего анализа, основанного, например, на оценке альфа/бета коэффициентов или графика риск-доходность, который также возможно осуществить при помощи программы. После этого следует выбрать параметры портфеля: желаемую доходность и период, за который эту доходность инвестор ожидает получить, а также временной интервал, статистику по которому программа возьмет за основу.

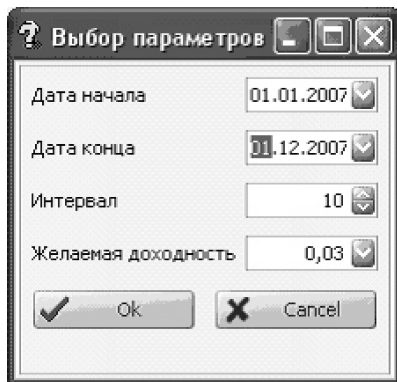


Рис. 2. Выбор параметров

После расчета процентного соотношения программа выдает его в текстовом виде. Пос-

кольку теоретически полученное соотношение на практике достичь достаточно трудно (это связано с тем, что сумма, потраченная на один вид акций должна быть кратна стоимости этой акции, а теоретически полученная сумма этому условию может не обладать), то дальше пользователю предоставляется возможность задать сумму, которую он готов инвестировать в ценные бумаги и программа рассчитает портфель уже в количестве акций, который необходимо приобрести.

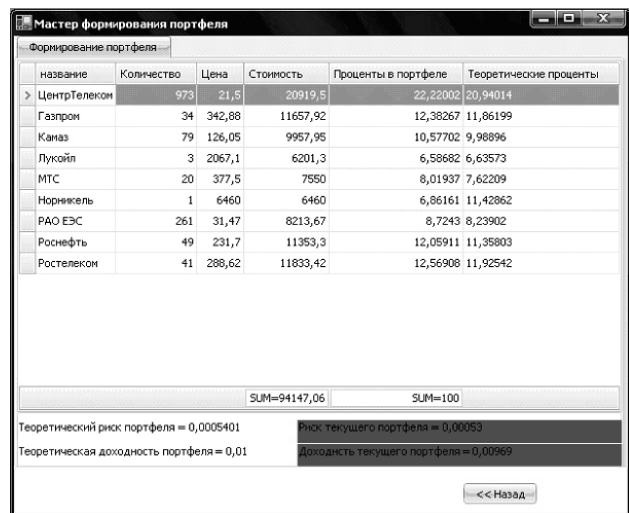


Рис. 3. Мастер формирования портфеля

На этой форме пользователь имеет возможность дополнительно отредактировать количество акций, причем в нижней части формы будет отражен риск и доходность сформированного таким образом портфеля. Так же, для сравнения, здесь приведены расчетные значения риск/доходность. После формирования выдается отчет, в котором будут отражены все полученные данные. Здесь будет отражена итоговая сумма инвестиций, а также комиссия, рассчитанная исходя из значения, заданного пользователем.

Инструмент	Количество акций	Цена	Стоимость	Проценты в портфеле
ЦентрТелеком	973	21,5	20919,5	22,22002
Газпром	34	342,88	11657,92	12,38267
Камаз	79	126,05	9957,95	10,57702
Лукойл	3	2067,1	6201,3	6,58682
МТС	20	377,5	7550	8,01937
Норникель	1	6460	6460	6,86161
РАО ЕЭС	261	31,47	8213,67	8,7243
Роснефть	49	231,7	11333,3	12,05911
Ростелеком	41	288,62	11833,42	12,56908
Риск портфеля		0,0005342	Стоимость портфеля	94147,06
Доходность портфеля		0,00969	Комиссия	470,74
			Итого	94617,8

Рис. 4. Итоговый отчет

4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Программный комплекс состоит из централизованной базы данных, Web-сервиса данных, Web-сервиса вычислений, клиентской части, а также приложения для мобильных компьютеров. Его структура представлена на рис. 5.

Серверная часть состоит из трех компонентов

- База данных
- Web-сервис
- Приложение администратора.

База данных предназначена для хранения информации о торгах, которая представляет собой статистику по ценам и объемам торгов эмитентов. Также она содержит данные о зарегистрированных пользователях сервиса. Web-сервис осуществляет распределение информации по клиентам и решает проблему аутентификации пользователей. Приложение администратора необходимо для обновления информации в централизованной БД.

Клиентская часть состоит из двух компонентов

- Клиентская база данных
- Клиентское приложение

Клиентская база данных дублирует централизованную в плане хранения статистики по ценным бумагам. По мере необходимости информация из централизованной базы закачивается в клиентскую. Такой подход позволяет сэкономить Интернет-трафик, а также позволяет клиенту работать в режиме off-line с дан-

ными, уже существующими в его базе.

Клиентское приложение предназначено для представления и анализа хранимой статистики и решает основную задачу, а именно – формирование оптимального портфеля.

Учитывая все большую популярность карманных персональных компьютеров (КПК) было принято решение распространить клиентское приложение и на эту перспективную платформу, учитывая ее специфику. Клиентская база здесь отсутствует, поскольку объемы хранилищ информации мобильных устройств, пока не позволяют использовать их для хранения больших статистических выборок. Помимо этого, вычислительные мощности подобных устройств тоже, пока оставляют желать лучшего, и не могут справиться (за приемлемое время) с такими ресурсоемкими задачами, как оптимизация портфеля. Именно поэтому был дополнительно разработан Web-сервис вычислений, который в этом случае берет эту задачу на себя. Таким образом пользователь лишь задает необходимые параметры, а сервис вычислений уже сам получает данные от сервера данных (статистические данные не передаются клиенту на его КПК, за счет чего происходит значительная экономия трафика) и рассчитывает оптимальный портфель, отправляя инвестору лишь результат вычислений.

Такая архитектура дает неоспоримые преимущества перед всеми остальными, а именно [3]:

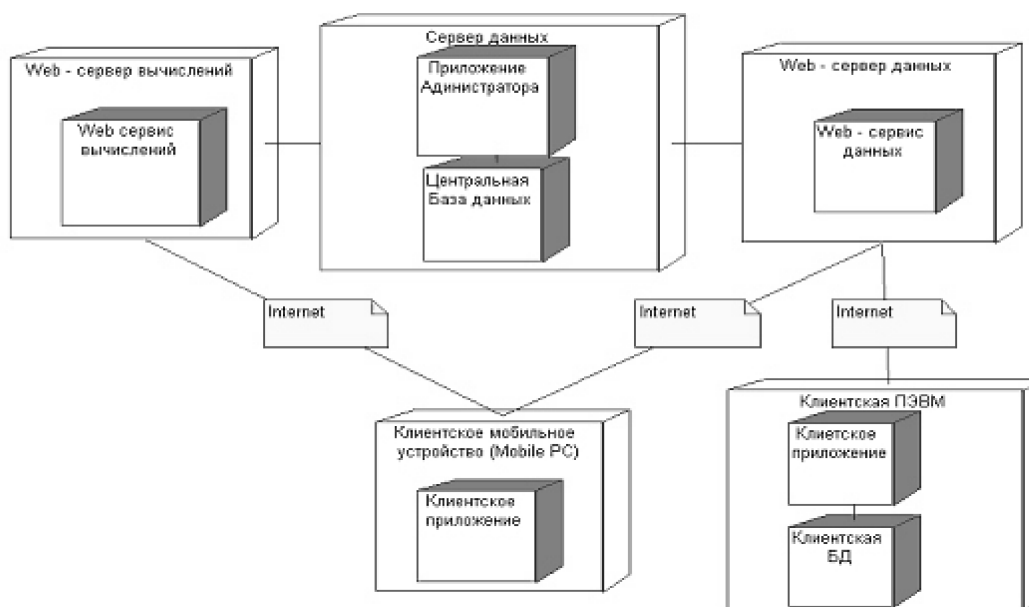


Рис. 5. Структура программного комплекса

- Снижение нагрузки на клиентские машины
- Возможность реализации бизнес логики на стороне Web-сервиса, что приводит к тому, что при каких либо изменениях в них нет необходимости менять все клиентские экземпляры программ, а достаточно внести эти изменения в реализацию Web-сервиса.
- Значительное сокращение размера клиентского программного обеспечения, что в случае необходимости изменения его позволяет осуществить обновление путем загрузки через Internet
- Значительное снижение трафика.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, разработана многоуровневая информационная система, позволяющая на основе аналитических обработки данных оперативно формировать оптимальный инвести-

онный портфель ценных бумаг в условиях различных финансовых возможностей инвестора и с различными сочетаниями доходности и риска.

В настоящее время программный комплекс проходит апробацию в инвестиционной компании «Доходный дом».

ЛИТЕРАТУРА

1. Буренин А.Н. Рынок ценных бумаг и производных финансовых инструментов / А. Н. Буренин — М.: 1 Федеративная Книготорговая Компания, 1998. — 352 с.
2. Постолиит А.В. Visual Studio. NET: разработка приложений баз данных. / А. В. Постолиит. — СПб.: БХВ-Петербург, 2003. — 544 с.: ил.
3. Лабор В.В. Си Шарп: Создание приложений для Windows / В. В. Лабор. — Мн.: Харвест, 2003. — 384 с.

*Статья принята к опубликованию
25 октября 2007 г.*