УДК 621.3.015.4

ФУНКЦИИ ЛЯПУНОВА В ЗАДАЧЕ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КОНТУРА

Ю. Б. Нечаев, Н. Д. Бирюк, Е. В. Латышева

Воронежский государственный университет
Международный институт компьютерных технологий

В статье обсуждаются особенности анализа устойчивости линейных систем, при этом вскрываются новые потенциальные возможности построения функции Ляпунова. Представлен конкретный анализ устойчивости параметрического контура вторым методом Ляпунова.

1. ВВЕДЕНИЕ

При анализе нестационарных линейных систем или, в более узкой постановке, параметрических радиоцепей, важное значение имеет задача об устойчивости. Любая радиоцепь с постоянными положительными элементами и тепловыми потерями является асимптотически устойчивой по Ляпунову, т.е. ее свободный процесс при безграничном возрастании времени стремится к нулю. Аналогичная радиоцепь с изменяющимися во времени элементами может быть неустойчивой по Ляпунову, т.е. ее свободный процесс при безграничном возрастании времени может стремиться к бесконечности. Причиной этого являются изменяющиеся во времени реактивности, в которых возможна накачка энергии в контур, что равнозначно включению в цепь источников энергии. Во многих технических задачах это явление необходимо исключить. Как оказалось [1], полное решение задачи об устойчивости параметрического контура пока невозможно. В таком случае желательно получить как можно больше достаточных условий (или критериев) устойчивости. Удобным для этой цели методом является второй метод Ляпунова, который не предполагает никакой информации о решении уравнений свободного процесса. В таком случае требуется построение функции Ляпунова, которая при выполнении вполне определенных математических действий приводит к достаточным условиям устойчивости, являющимся гарантией устойчивости параметрической радиоцепи.

Заметим [2, 3], что в случае линейной задачи понятийный аппарат теории устойчивости радикально упрощается. В нелинейных задачах исследуется устойчивость вполне определенного решения, при этом может быть устойчивость «в малом», «в большом», «в целом». В линейных задачах система устойчива, если хотя бы одно из ее решений устойчиво, т.е. понятие устойчивости относится не к решению, а к уравнению (или системе уравнений). При этом естественно исследовать на устойчивость тривиальное (тождественно равное нулю) решение. Линейная система может быть устойчивой только «в целом».

В силу такой специфики задачи об устойчивости линейных систем функции Ляпунова должны иметь менее жесткие ограничения, чем в общем случае. В литературе по теории устойчивости этот вопрос с нужной для технических задач полнотой не рассмотрен. В радиотехнических задачах исследование устойчивости приобретает особое значение, так как в силу исторических причин теория устойчивости Ляпунова в радиотехнике не получила должного применения, что в настоящее время является трудно восполнимым пробелом. Несмотря на упрощение понятийного аппарата, конкретные задачи об устойчивости линейных систем являются сложными.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КОНТУРА

Цель статьи — устойчивость параметрического контура, элементы которого C, G, L, R являются положительными и изменяются во времени по любым достаточно гладким зависимостям (рис. 1). При исследовании устойчивос-

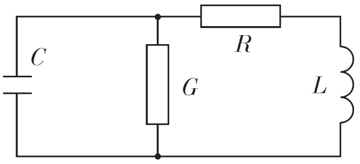

Рис. 1. Схема параметрического контура

ти уравнение процессов в контуре желательно представлять в нормированном виде.

Свободный процесс в контуре может быть представлен нормированной линейной системой дифференциальных уравнений –

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= -\frac{t_{\text{м}}G}{C}x_1 - \frac{t_{\text{м}}r}{L}x_2 \\ \frac{dx_2}{d\tau} &= \frac{t_{\text{м}}}{rC}x_1 - \frac{t_{\text{м}}R}{L}x_2 \end{aligned}\right\}, \tag{1}$$

где $\tau = \dfrac{t}{t_{\text{м}}}$ — нормированное время, $x_1 = \dfrac{q}{q_{\text{м}}}$ — нормированный заряд конденсатора, $x_2 = \dfrac{\mathbf{\Phi}}{\mathbf{\Phi}_{\text{м}}}$ — нормированный магнитный поток, сцепляющийся с катушкой индуктивности. Здесь $t_{\text{м}}, q_{\text{м}}, \mathbf{\Phi}_{\text{м}}$ — произвольные, положительные, постоянные, размерные масштабные делители, имеющие размерности соответственно, времени, заряда и магнитного потока; $r = \dfrac{\mathbf{\Phi}_{\text{м}}}{q_{\text{м}}}$ — нормирующее сопротивление. Система (1) может быть записана в компактном векторном виде

$$\frac{d}{d\tau}\mathbf{x} = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{x},, \tag{2}$$

где $\mathbf{x} = \text{colon}(x_1, x_2)$ — вектор-столбец, $\mathbf{A} = \left\{a_{ij}\right\}$, $i, j = 1,2$ — матрица второго порядка с элементами $a_{11} = -\dfrac{t_{\text{м}}G}{C}, a_{12} = -\dfrac{t_{\text{м}}r}{L}, a_{21} = \dfrac{t_{\text{м}}}{rC}, a_{22} = -\dfrac{t_{\text{м}}R}{L}$. Таким образом, дифференциальная система (1) равнозначна векторному дифференциальному уравнению (2).

Получим достаточные условия устойчивости уравнения (2). Для этого воспользуемся вторым методом Ляпунова. Этот метод основан на построении определенно положительной функции Ляпунова

$$V(\tau, \mathbf{x}) > 0, \tag{3}$$

которая в одной точке $\mathbf{x} = 0$ обязательно должна равняться нулю, т.е. $V(\tau, 0) = 0$. Если полная производная этой функции, в силу уравнения (2), окажется неположительной, то система (2) устойчива по Ляпунову. Если же она окажется отрицательно определенной, то контур асимптотически устойчив. Таким образом, требуется выполнение нестрогого неравенства

$$\frac{dV}{d\tau} \le 0, \tag{4}$$

для устойчивости и строгого неравенства

$$\frac{dV}{d\tau} < 0 \tag{5}$$

для асимптотической устойчивости. В точке $\mathbf{x} = 0$ полная производная обязательно должна быть равна нулю, т.е. $\dfrac{dV(\tau, 0)}{d\tau} = 0$. Так формулируется в общем случае основная теорема второго метода Ляпунова. В этом методе нет рекомендаций по построению функции Ляпунова. Во многих конкретных задачах на устойчивость линейных систем эти функции выбирались в виде квадратичных форм, хотя нет строгого доказательства того, что функции Ляпунова должны задаваться именно в таком виде.

Подчеркнем, что исследование на устойчивость линейной системы полностью ограничивается анализом устойчивости тривиального решения. Это позволяет ослабить требования к функциям Ляпунова и расширить их класс. В самом деле, при анализе линейных систем функция Ляпунова не обязательно должна быть определенно положительной, достаточно того, чтобы она была определенно положительной *в малой окрестности тривиального решения* $\mathbf{x} \equiv 0$. Это позволяет значительно расширить класс функций, которые могут быть использованы в качестве функции Ляпунова. Например, функция $\sin|x|$ не является определенно положительной, но в окрестности точки $x = 0$ (при малых значениях x) она определенно положительна, поэтому при исследовании линейных систем может быть использована в качестве функции Ляпунова.

Принимая во внимание эти соображения, привлечем второй метод Ляпунова к исследованию устойчивости контура. Для этого построим функцию Ляпунова в виде

$$V = \frac{1}{2}\sin(\mathbf{x},\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\sin(x_1^2 + x_2^2). \tag{6}$$

Здесь $(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ — скалярный квадрат вектора $\mathbf{x}$. Эта функция не является определенно положительной, но в окрестности тривиального решения она определенно положительна, этого достаточно. Полная производная функции равна

$$\frac{dV}{dt} = (\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) \cos(\mathbf{x}, \mathbf{x}). \tag{7}$$

В этом выражении косинус в малой окрестности тривиального решения близок к единице. Следовательно, достаточным условием асимптотической устойчивости контура является неравенство

$$(\dot{\mathbf{x}},\mathbf{x}) \le 0. \qquad (8)$$

Развернем левую часть неравенства (8)

$$(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) = (\mathbf{A}\mathbf{x}, \mathbf{x}) =$$
$$= \left(-\frac{t_м G}{C}x_1 - \frac{t_м r}{L}x_2\right)x_1 + \left(\frac{t_м}{rC}x_1 - \frac{t_м R}{L}x_2\right)x_2 =$$
$$= -\frac{t_м G}{C}x_1^{\,2} - \frac{t_м R}{L}x_2^{\,2} - t_м\left(\frac{r}{L} - \frac{1}{rC}\right)x_1 x_2$$

Как видно, это квадратичная форма. Известно [4], что теория квадратичных форм построена на симметричных матрицах, поэтому квадратичная форма может быть представлена в векторном виде

$$(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) = (\mathbf{B}\mathbf{x}, \mathbf{x}),$$

где матрица $\mathbf{B}$ является симметрической матрицей $\mathbf{A}$, т.е.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^{\mathsf{T}}) =$$
$$= \begin{Vmatrix} -\dfrac{t_м G}{C} & -\dfrac{1}{2}t_м\left(\dfrac{r}{L} - \dfrac{1}{rC}\right) \\ -\dfrac{1}{2}t_м\left(\dfrac{r}{L} - \dfrac{1}{rC}\right) & -\dfrac{t_м R}{L} \end{Vmatrix},$$

где $\mathbf{A}^{\mathsf{T}}$ — транспонированная матрица $\mathbf{A}$. Для проверки выполнения условия $(\dot{\mathbf{x}},\mathbf{x}) < 0$ удобно применить неравенства Сильвестра [4]. Теорема Сильвестра утверждает, что для определенной отрицательности квадратичной формы достаточно чередования знаков главных миноров ее матрицы, расположенных по возрастанию их порядков, причем первый минор должен быть отрицательным.

Матрица $\mathbf{B}$ имеет два главных минора: $-\dfrac{t_м G}{C}$ и $\det \mathbf{B}$. Первый из них является отрицательным, что и требуется в теореме Сильвестра, второй должен быть положительным. Таким образом, критерий устойчивости сводится к неравенству

$$\det \mathbf{B} > 0. \qquad (9)$$

Развернув определитель в этом неравенстве, и сократив все слагаемые на $t_м^2$, получим критерий асимптотической устойчивости контура

$$1 + 2GR > \frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{\rho^2} + \frac{\rho^2}{r^2}\right), \qquad (10)$$

где $\rho = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$ — характеристическое сопротивление контура. Сформулируем этот критерий.

Критерий 1 асимптотической устойчивости контура.

Если можно подобрать такое постоянное r, при котором неравенство (10) выполняется при всех t, начиная с произвольного t_0, то контур асимптотически устойчив.

Можно дать другую формулировку этого критерия. Для этого неравенство (10) представим в виде

$$\left(\frac{\rho}{r}\right)^4 - 2(1+2GR)\left(\frac{\rho}{r}\right)^2 + 1 < 0.$$

Слева этого неравенства находится биквадратный многочлен. Из теории многочленов следует, что последнее неравенство выполнено, если

$$\frac{\rho_1}{r} < \frac{\rho}{r} < \frac{\rho_2}{r},$$

где ρ_1, ρ_2 — физически корректные корни многочлена. В нашем случае эти корни равны

$$\frac{\rho_1}{r} = \sqrt{1 + 2GR - 2\sqrt{GR}\sqrt{1+GR}},$$
$$\frac{\rho_2}{r} = \sqrt{1 + 2GR + 2\sqrt{GR}\sqrt{1+GR}}.$$

Теперь последнее двустороннее неравенство можно представить в развернутом виде:

$$\sqrt{1 + 2GR - 2\sqrt{GR}\sqrt{1+GR}} < \frac{\rho}{r} <$$
$$< \sqrt{1 + 2GR + 2\sqrt{GR}\sqrt{1+GR}}$$

или в несколько более компактном представлении

$$\sqrt{1+GR} - \sqrt{GR} < \frac{\rho}{r} < \sqrt{1+GR} + \sqrt{GR}. \quad (11)$$

Отсюда следует другая формулировка критерия 1 асимптотической устойчивости контура.

Если возможно подобрать положительную константу r такую, что, начиная с произвольного момента времени t_0, далее при всех t выполняется двустороннее неравенство (11), то контур рис. 1 асимптотически устойчив.

Заметим, что наш критерий не работает, если либо $G \equiv 0$, либо $R \equiv 0$. Это свидетельствует о том, что контур с такими свойствами нереален. К такому же заключению можно прийти и из физических соображений, принимая во внимание, что G — эквивалент тепловых потерь в диэлектрическом заполнении конденсатора, а R — в металлических проводах, витках и пластинах контура.

Рассмотрим еще одну функцию синусоидального типа

$$V = \sin\left[\frac{t_м}{2}\left(\frac{x_1^{\ 2}}{rC} + \frac{x_2^{\ 2} r}{L}\right)\right]. \qquad (12)$$

Эта функция отличается от (6) аргументом, который не может быть отрицательным, поскольку представляет собой нормированную (безразмерную) мгновенную энергию, накопленную в реактивностях контура. Очевидно, что при малых x_1, x_2 эта функция определенно положительная и по этой причине удовлетворяет основной теореме второго метода Ляпунова. Если ее полная производная в силу системы (1) окажется определенно отрицательной, то контур асимптотически устойчив. Если она окажется неположительной, то контур неасимптотически устойчив. Последний случай для технических задач является мало интересным, поэтому сосредоточим внимание на асимптотически устойчивом контуре. Полная производная функции V (12) имеет вид

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial V}{\partial x_1}\cdot\frac{dx_1}{d\tau} + \frac{\partial V}{\partial x_2}\cdot\frac{dx_2}{d\tau}. \qquad (13)$$

Для асимптотической устойчивости достаточно определенной отрицательности полной производной, т.е.

$$\frac{dV(\tau, \mathbf{x})}{d\tau} < 0, \qquad (14)$$

причем должно быть выполнено равенство

$$\frac{dV(\tau, 0)}{d\tau} = 0.$$

В нашем случае

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \cos\left[\frac{t_м}{2}\left(\frac{x_1^{\ 2}}{rC} + \frac{r x_2^{\ 2}}{L}\right)\right]\cdot\frac{t_м}{2}\left(-\frac{x_1^{\ 2}}{r}\cdot\frac{\dot C}{C^2} - r x_2^{\ 2}\,\frac{\dot L}{L^2}\right),$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_1}\cdot\frac{dx_1}{d\tau} = \cos\left[\frac{t_м}{2}\left(\frac{x_1^{\ 2}}{rC} + \frac{r x_2^{\ 2}}{L}\right)\right]\cdot\frac{t_м}{2}\,\frac{2x_1}{rC}\cdot\frac{dx_1}{d\tau} =$$

$$= \cos\left[\frac{t_м}{2}\left(\frac{x_1^{\ 2}}{rC} + \frac{r x_2^{\ 2}}{L}\right)\right]\cdot t_м\,\frac{x_1}{rC}\cdot\left(-\frac{t_м G}{C}x_1 - \frac{t_м r}{L}x_2\right) =$$

$$= \cos\left[\frac{t_м}{2}\left(\frac{x_1^{\ 2}}{rC} + \frac{r x_2^{\ 2}}{L}\right)\right]\cdot t_м^2\left(-\frac{G}{rC}x_1^{\ 2} - \frac{1}{LC}x_1 x_2\right) =$$

$$= -t_м^2\left(\frac{G}{rC}x_1^{\ 2} + \frac{1}{LC}x_1 x_2\right)\cdot\cos\left[\frac{t_м}{2}\left(\frac{x_1^{\ 2}}{rC} + \frac{r x_2^{\ 2}}{L}\right)\right].$$

Аналогично,

$$\frac{\partial V}{\partial x_2}\cdot\frac{dx_2}{d\tau} = t_м^2\left(\frac{1}{LC}x_1 x_2 - \frac{rR}{L^2}x_2^2\right)\cdot\cos\left[\frac{t_м}{2}\left(\frac{x_1^2}{rC} + \frac{r x_2^2}{L}\right)\right].$$

Теперь по формуле (13) находим полную производную функции Ляпунова

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{t_м}{rC^2}\left(t_м G + \frac{\dot C}{2}\right)x_1^{\ 2} - \frac{t_м r}{L^2}\left(t_м R + \frac{\dot L}{2}\right)x_2^2.$$

Для отрицательной определенности полной производной $\left(\frac{dx}{dt} < 0\right)$ достаточно выполнения системы двух неравенств (в реальном времени t)

$$\left.\begin{aligned} G + \frac{1}{2}\frac{dC}{dt} > 0 \\ R + \frac{1}{2}\frac{dL}{dt} > 0 \end{aligned}\right\}. \qquad (15)$$

Сформулируем полученные достаточные условия устойчивости контура.

Критерий 2 асимптотической устойчивости. Если, начиная с произвольного момента времени t_0, для всех значений времени $t > t_0$ выполняется система неравенств (15), то контур рис. 1 асимптотически устойчив.

Итак, с помощью двух синусоидальных функций Ляпунова (6) и (12) получено два достаточных условия (11) и (15) асимптотической устойчивости параметрического контура рис. 1. В данном случае синусоидальная функция не играет исключительной роли. В задачах анализа линейных систем на устойчивость можно использовать и другие трансцендентные функции Ляпунова.

В качестве примера рассмотрим экспоненциальную функцию Ляпунова

$$V = \frac{1}{2}\left[e^{(\mathbf{x},\mathbf{x})} - 1\right] = \frac{1}{2}\left[e^{(x_1^2 + x_2^2)} - 1\right]. \qquad (16)$$

Эта функция является определенно положительной. В данном случае функция Ляпунова не содержит зависимых от аргумента τ коэффициентов.

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{\partial V}{\partial x_1}\cdot\frac{dx_1}{d\tau} + \frac{\partial V}{\partial x_2}\cdot\frac{dx_2}{d\tau}. \qquad (17)$$

Имеем

$$\frac{\partial V}{\partial x_1} = (\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x})e^{(\mathbf{x},\mathbf{x})} = (\mathbf{A}\mathbf{x}, \mathbf{x})e^{(\mathbf{x},\mathbf{x})} < 0.$$

Второй сомножитель не может быть отрицательным, поэтому достаточное условие асимптотической устойчивости имеет вид

$$(\mathbf{A}\mathbf{x}, \mathbf{x}) < 0.$$

Здесь, слева неравенства, представлена квадратичная форма через несимметричную матрицу $\mathbf{A}$, являющуюся матрицей анализируемого векторного уравнения (2). Поскольку в теории принято представлять квадратичные формы через симметричные матрицы [4], то левую часть последнего неравенства желательно представить в виде

$$(\mathbf{Ax},\mathbf{x}) = (\mathbf{Bx},\mathbf{x}), \qquad (18)$$

где $\mathbf{B}$ — симметричная матрица, представляющая собой симметрическую матрицу $\mathbf{A}$, т.е.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^{\mathrm{T}}).$$

Таким образом, в результате применения экспоненциальной функции Ляпунова задача об устойчивости параметрического контура привилась к исследованию на отрицательную определенность той же квадратичной формы (18), что и ранее (8) в случае применения синусоидальной функции Ляпунова (6). При продолжении анализа в данном случае получается тот же критерий устойчивости (11), который уже здесь представлен.

Рассмотрим явно зависимую от времени экспоненциальную функцию Ляпунова

$$V = \exp\left[\frac{t_{\text{м}}}{2}\left(\frac{x_1^2}{rC} + \frac{rx_2^2}{L}\right)\right] - 1. \qquad (19)$$

Эта функция Ляпунова зависит от времени явно, поскольку предполагаются зависимости $C = C(\tau)$, $L = L(\tau)$. Принимая во внимание (13), имеем

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = -\frac{t_{\text{м}}}{2}\left(\frac{x_1^2}{r}\cdot\frac{\dot{C}}{C^2} + rx_2^2\frac{\dot{L}}{L^2}\right)\exp\left[\frac{t_{\text{м}}}{2}\left(\frac{x_1^{\,2}}{rC} + \frac{rx_2^2}{L}\right)\right],$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_1} = \frac{t_{\text{м}}x_1}{rC}\exp\left[\frac{t_{\text{м}}}{2}\left(\frac{x_1^2}{rC} + \frac{rx_2^2}{L}\right)\right],$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_2} = \frac{t_{\text{м}}rx_1}{L}\exp\left[\frac{t_{\text{м}}}{2}\left(\frac{x_1^2}{rC} + \frac{rx_2^2}{L}\right)\right].$$

Подставив эти выражения в (13) и принимая во внимание (1), получим

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \exp\left[\frac{t_{\text{м}}}{2}\left(\frac{x_1^2}{rC} + \frac{rx_2^2}{L}\right)\right]\left[-\frac{t_{\text{м}}}{2}\left(\frac{x_1^{\,2}}{r}\cdot\frac{\dot{C}}{C^2} + rx_2^2\frac{\dot{L}}{L^2}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{t_{\text{м}}x_1}{rC}\left(-\frac{t_{\text{м}}G}{C}x_1 - \frac{t_{\text{м}}r}{L}x_2\right) + \frac{t_{\text{м}}r}{L}x_2\left(\frac{t_{\text{м}}}{rC}x_1 - \frac{t_{\text{м}}R}{L}x_2\right)\right] =$$

$$= -\left[\frac{t_{\text{м}}}{rC^2}\left(t_{\text{м}}G + \frac{1}{2}\dot{C}\right)x_1^{\,2} + \frac{t_{\text{м}}r}{L^2}\left(t_{\text{м}}R + \frac{1}{2}\dot{L}\right)x_2^{\,2}\right]\times$$

$$\times\exp\left[\frac{t_{\text{м}}}{2}\left(\frac{x_1^{\,2}}{rC} + \frac{rx_2^{\,2}}{L}\right)\right].$$

Для асимптотической устойчивости контура достаточно выполнения неравенства $\dfrac{dV}{d\tau} < 0$, что в данном случае равнозначно выполнению системы неравенств в реальном времени:

$$\left.\begin{aligned} G + \frac{1}{2}\frac{dC}{dt} > 0 \\ R + \frac{1}{2}\frac{dL}{dt} > 0 \end{aligned}\right\}. \qquad (20)$$

Получилась система неравенств, совпадающая с (15).

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача об устойчивости параметрического контура имеет важное прикладное значение, поскольку параметрический контур обладает многими полезными свойствами. Например, он может выполнять функции обычного колебательного контура со сколь угодно большой добротностью. Другие методы получения большой добротности контура связаны с трудно преодолимыми препятствиями. И вообще, с помощью только параметрических контуров можно осуществлять любые преобразования сигналов, встречающиеся в радиосвязи: усиление, преобразование частоты, модуляцию, детектирование, автогенерацию. Кроме того, проблема исследования устойчивости параметрического контура является первым шагом решения аналогичной задачи для параметрических радиоцепей общего вида. В настоящее время в этой задаче в радиотехнических дисциплинах уделяется незаслуженно мало внимания. Это — искусственно созданный пробел в теории радиоцепей, который желательно как можно скорее ликвидировать.

Для получения критериев устойчивости удобным методом является второй метод Ляпунова, однако, для его применения нужно составить подходящую функцию Ляпунова, обладающую определенными свойствами и согласованную с уравнением контура. Рекомендаций по составлению такой функции второй метод Ляпунова не дает. Накоплен определенный опыт построения функций Ляпунова при решении некоторых частных задач, при этом линейные и нелинейные системы четко не разделены. А между тем линейные системы по анализу устойчивости принципиально проще нелинейных, так как из устойчивости тривиального решения линейной системы следует устойчивость всего множества ее решений, что в случае нелинейной системы не выполняется. Из этого следует, что требования к функциям Ляпунова в случае линейных систем должны быть менее жесткими, чем в случае нелинейных.

Параметрический контур является линейной системой. В настоящей публикации реализована попытка построения функций Ляпунова, подходящих для линейных систем. Предложены две «нестандартные» функции Ляпунова, синусоидального и экспоненциального типа с разными аргументами. В данном случае они оказались равноправными. С их помощью получено два критерия устойчивости (11) и (15). Первый из них является, по-видимому, новым, а второй – известным, но полученным другим способом. Нам кажется, что примененный здесь подход обладает большими потенциальными возможностями, но реализовать их непросто, так как пока не накоплен опыт работы с функциями Ляпунова типа предложенных в данной работе. В перспективе разнообразие функций Ляпунова для параметрического контура и вообще для линейных радиоцепей может быть радикально расширено.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Солодовников В.В.* Частотные методы анализа и синтеза нестационарных линейных систем / В. В. Солодовников, Ю. И. Бородин, А. Б. Иоаннисиан. — М.: Сов. Радио, 1972. — 168 с.

2. *Малкин И.Г.* Теория устойчивости движения / И. Г. Малкин. — М.: Наука, 1966. — 530 с.

3. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости / Б. П. Демидович. — М.: Наука, 1967. — 472 с.

4. *Рублев А.Н.* Линейная алгебра / А. Н. Рублев. — М.: Высшая школа, 1968. — 384 с.

Статья принята к опубликованию
25 декабря 2006 г.