

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЯ СМЕСИ ИЗМЕЛЬЧЕННЫХ РАСТИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

С. А. Быков, Т. А. Мельникова, Ю. М. Плаксин, В. В. Филатов

*Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина  
Московский государственный университет пищевых производств*

Приведены результаты исследований по выявлению зависимости между динамической порозностью работающего аппарата, статистической порозностью, а также степенью заполнения аппарата. Представлена законченная математическая модель расчета порозности - важного гидродинамического параметра слоя растительного материала при фильтрации через него экстрагента. Разработана универсальная методика определения гидродинамических характеристик слоя материала, применимая для любых соответственным образом обработанных растительных материалов и их смесей.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Гидродинамическая обстановка в массообменных аппаратах во многом определяется удельным заполнением аппарата экстрагируемым материалом и его свойствами, которые влияют на гидродинамическое сопротивление слоя в аппарате.

При определении эффективного гидравлического диаметра каналов во взвешенных слоях измельченного растительного сырья необходимо учитывать гидравлическое сопротивление слоя материала, расход экстрагента в зависимости от времени, а также порозность измельченного растительного материала.

### 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЁТА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЯ СМЕСИ ИЗМЕЛЬЧЁННЫХ РАСТИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В предыдущих работах [2] автором была получена формула:

$$d_{\text{гр}} = \frac{\Phi_1}{\sqrt{\varepsilon K}} \quad (1)$$

для определения эквивалентного диаметра межпорового пространства слоя, где  $\Phi_1$  — безразмерная величина, зависящая от геометрических параметров экспериментальной установки и модельных тел;  $\varepsilon$  — порозность слоя;  $K$  — коэффициент отношения модели к реальному процессу. В том виде, в каком она записана выше, применять ее не представляется возможным,

© Быков С. А., Мельникова Т. А., Плаксин Ю. М., Филатов В. В., 2007

так как не определена порозность слоя материала. Итак, порозность слоя материала равна:

$$\varepsilon = 1 - \rho_{\text{нр}}, \quad (2)$$

где  $\rho_{\text{н}}$  — насыпная плотность материала, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho$  — плотность материала, кг/м<sup>3</sup>.

Насыпная плотность для измельченного растительного материала определяется экспериментально по стандартной методике, путем определения массы 1 дм<sup>3</sup> материала. Плотность также определяется экспериментально с использованием микроскопа. Результаты определения геометрических параметров слоев некоторых измельченных растительных материалов приведены в таблице 1.

Данные по измельченному кофе взяты из [3].

Предполагая, что в двухкомпонентной смеси растительные материалы распространены равномерно, для определения порозности такой смеси предлагается следующая формула:

$$\varepsilon_{\text{см}} = (1 - y)\varepsilon_1 + y \cdot \varepsilon_2, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_1$  — порозность слоя 1-го компонента;  $\varepsilon_2$  — порозность слоя 2-го компонента;  $\varepsilon_{\text{см}}$  — общая порозность смеси;  $y$  — концентрация 2-го компонента в смеси, кг/кг.

Полученные выше экспериментальные данные и уравнение (3) позволяют нам определить порозность двухкомпонентной смеси, например измельченного кофе и кофейной оболочки в абсолютно сухом виде, но в процессе фильтрации экстрагента через слой смеси материалов они таковыми не являются, поэтому необходимо внести поправку на поглощенную влагу. Для этой цели проводили опыты по определению

Таблица 1

Материал	Насыпная плотность материала $\rho_n$ , кг/м <sup>3</sup>	Плотность частицы материала $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Порозность материала $\varepsilon$	Эквивалентный диаметр частицы материала $d_p$ , мм
Кофе	400	597,6	0,4	1,22
Оболочка кофе	85	947,5	0,91	0,02

насыпной плотности влажного измельченного материала по стандартной методике определением веса 1 дм<sup>3</sup> влажного материала. Материал предварительно отмывали в ситах, затем сита оставляли на 20 минут в наклонном положении, считая таким образом, что убирается несвязная влага из материала. Из проведенных опытов насыпная плотность влажного измельченного кофе равна:  $\rho_{\text{нскр}} = 498$  кг/м<sup>3</sup>, влажной оболочки —  $\rho_{\text{нсроб}} = 745.9$  кг/м<sup>3</sup>.

Для определения по формуле (2) влажной порозности материала, необходимо теперь вычислить плотность влажных частиц каждого материала. Это предлагается сделать следующим образом. Используя исследования по влагопоглощению и набуханию частиц материала по следующей формуле:

$$\rho_{vl} = (m_{\text{сyx}}q) \cdot (\vartheta_{\text{сyx}}K_n), \quad (4)$$

где  $q$  и  $K_n$  — соответственно коэффициенты влагопоглощения и набухания есть функции  $q = f(\tau, t)$  и  $K_n = f(\tau, t)$ . Данные функциональные зависимости раскрываются экспериментально. Следовательно, порозность влажного материала будет определена из:

$$\varepsilon_{vl} = 1 - (\rho_{\text{нвл}}K_n) \cdot (\rho_{\text{сyx}}q). \quad (5)$$

Суммарная порозность влажной смеси материалов будет определяться по формуле (3).

Следует также отметить, что, проходя через слой материала, экстрагент вымывает из него растворимые вещества. Место растворимых веществ в материале занимает жидкость. Плотность же жидкости и материала различны, следовательно необходимо внести поправку на растворимые вещества. Это предлагается сделать следующим образом. Из [3] имеем уравнение для определения плотности экстракта в частице:

$$\rho = 1007.26 - 0.47t + 432.7C, \quad (6)$$

где  $t$  — температура, град. С;  $C$  — концентрация экстрагента, % рефрактометр. Следовательно, поправка на растворимые вещества в материале будет иметь вид:

$$B = \rho / \rho_{\text{вл}}, \quad (7)$$

$$\rho_{\text{вл ист}} = B\rho_{\text{вл}}, \quad (8)$$

где  $B$  — поправка на растворимые вещества в материале;  $\rho$  — плотность экстрагента в частице, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{\text{вл}}$  — плотность воды при  $t$ , равной температуре процесса, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{\text{вл ист}}$  — плотность влажного материала с учетом поправки на растворимые вещества, кг/м<sup>3</sup>.

С учетом (7), (8) формула (5) приобретает вид:

$$\varepsilon_{\text{вл}} = 1 - (\rho_{\text{нвл}}K_n) \cdot (\rho_{\text{сyx}}qB), \quad (9)$$

или, обозначив за

$$E = K_n / (qB), \quad (10)$$

имеем

$$\varepsilon_{\text{нвл}} = 1 - (E \cdot \rho_{\text{нвл}}) / \rho_{\text{сyx}}, \quad (11)$$

где  $E$  — поправочные коэффициенты, учитывающие влагопоглощение, набухание, а также выход растворимых веществ из частицы материала.

В процессе снятия гидродинамических зависимостей, мы приводим слой материала в аппарате во взвешенное состояние, чтобы рассматривать фильтрацию как частный случай движения жидкости через зернистый слой. Полученные же выше зависимости (9), (10), (11) характеризуют неподвижный слой в аппарате. Для устранения этого противоречия следует ввести такую величину как динамическую порозность  $\varepsilon_{\text{дин}}$  материала, характеризующую долю свободного пространства взвешенного слоя в аппарате, а величинам порозности, полученным выше присвоить наименование статических.

Исходя из выше сказанного, необходимо определить зависимость между статической и динамической порозностями слоя материала. Имеем:

$$\varepsilon_{\text{дин}} = 1 - V / V_{\text{ндин}}, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_{\text{дин}}$  — динамическая порозность слоя материала;  $V$  — объем, занимаемый самими частицами, образующими слой во влажном набухшем

виде, м<sup>3</sup>;  $V_{\text{н дин}}$  — общий объем, занимаемый зернистым слоем при прохождении экстрагента, м<sup>3</sup>.

Для работающего аппарата:

$$V_{\text{н дин}} = SH, \quad (13)$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения аппарата, м<sup>2</sup>;  $H$  — высота аппарата, м. Определим влажный объем  $V$  из выражения:

$$\varepsilon_{\text{вл}} = 1 - V / V_{\text{н ст}}, \quad (14)$$

где  $V_{\text{н ст}}$  — общий объем, занимаемый влажным зернистым слоем в статическом состоянии, м<sup>3</sup>. Из (14):

$$V = V_{\text{н ст}} - \varepsilon_{\text{вл}} V_{\text{н ст}}. \quad (15)$$

Учитывая, что  $V_{\text{н ст}}$  зависит от  $\varphi$  — степени заполнения аппарата материалом, получаем:

$$V_{\text{н ст}} = hS, \quad (16)$$

где  $h$  — высота слоя для данного  $\varphi$ , м.

Подставляя (13), (15), (16) в (12) получаем:

$$\varepsilon_{\text{дин}} = 1 - (hS - \varepsilon_{\text{вл}} hS) / (HS), \quad (17)$$

или

$$\varepsilon_{\text{дин}} = 1 - (h - \varepsilon_{\text{вл}} h) / H. \quad (18)$$

Записывая, что степень заполнения аппарата равна:

$$\varphi = h / H. \quad (19)$$

Получаем (18), учитывая (19), в виде:

$$\varepsilon_{\text{дин}} = 1 - (\varphi - \varepsilon_{\text{вл}} \varphi). \quad (20)$$

Выражение (20) есть зависимость между динамической порозностью работающего аппарата и статической, а также степенью заполнения аппарата. Статическая порозность влаж-

ного материала, в зависимости от состава смеси, определяется по формулам (3) и (9).

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Итак, выражения (3), (9), (20) представляют собой законченную математическую модель расчета порозности — важного гидродинамического параметра слоя материала при фильтрации через него экстрагента.

Данная методика определения гидродинамических характеристик слоя материала — универсальна, применима для любых соответственным образом обработанных растительных материалов и их смесей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Быков С.А. и др. А.с. 1709976, 1989.
2. Быков С.А. Интенсификация процесса получения кофейного экстракта: Дис. ... канд. техн. наук. — М.: МГАПП, 1995.
3. Виноградов К.И. Разработка ступенчатого способа непрерывного получения экстракта из обжаренного кофе. Дис. ... канд. техн. наук. — М., 1987.
4. Быков С.А. Математическая модель расчета совместного гидролиза измельченного кофе и кофейной оболочки. Современные проблемы информатизации в технике и технологиях: Сб. трудов, Вып. 11/ Под ред. д.т.н., проф. О. Я. Кравец. — Воронеж: Научная книга, 2006. 156 с. (С. 76—78).
5. Быков С.А., Гребенюк С.М., Плаксин Ю.М. Математические методы и алгоритмы оценки качества продукции, процессов, услуг в экономических и технологических системах. Информатика: концепции, современное состояние, перспективы развития: Материалы межвузовской научно-практической конференции. — Елец: ЕГУ им. И. А. Бунина, 2005. — С. 194—197.

Статья принята к опубликованию  
25 декабря 2006 г.